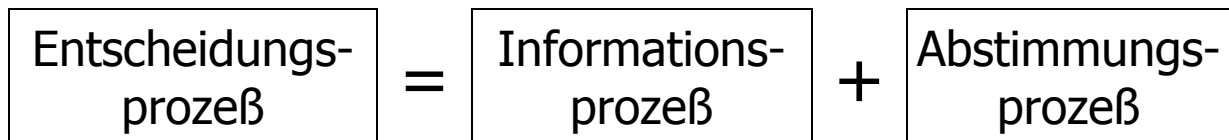


Abstimmungsregeln



Einstimmigkeitskriterium

- event. langer und kostspieliger Informationsprozeß
- schwierig für große Gruppen

Paarweiser Vergleich (Mehrheitsregel)

- Wahlparadoxon (Condorcet)

a:	$A_1 > A_2 > A_3$
b:	$A_3 > A_1 > A_2$
Gruppe: $A_1 > A_2 > A_3 > A_1 \Leftarrow$	c: $A_2 > A_3 > A_1$
- A heißt Condorcet-Alternative, genau dann wenn A im paarweisen Vergleich mit jeder anderen Alternative die Mehrheit der Stimmen erhält.
- Existiert keine Condorcet-Alternative, hängt das Ergebnis von der Reihenfolge der Abstimmung ab.

Single-Vote-Kriterium

- Nicht immer wird die Condorcet-Alternative gewählt.

Double-Vote-Kriterium

- Jedes Mitglied gibt 2 Stimmen für 2 Alternativen ab.
- Gewinn auch möglich, wenn niemand's erste Präferenz

Borda-Kriterium

- Bei Abstimmung über n Alternativen gibt jedes Mitglied seiner 1. Wahl n Stimmen, der 2. Wahl $n-1$ Stimmen usw.
- Condorcet-Alternativen nicht zwingend gewählt

Bei nur 2 Alternativen sind Mehrheitsregel, Single Vote und Borda im Einklang; Double Vote dann sinnlos.

Strategisches Verhalten

- (a) Bildung von Koalitionen
- (b) isoliertes strategisches Verhalten

Einstimmigkeit: Stimme für erstrebte Alternative

= Kompromiß zw. Präferenzordnung u. Wahlchance

Single Vote: Stimme für eine nachrangige Präferenz, wenn 1. Präferenz chancenlos

Borda: analog möglichst viele Stimmen für erstrebte Alternative

Mehrheitsregel:

- (i) Beeinflussung der Reihenfolge des Abstimmens: erstrebte Alternative möglichst spät
- (ii) Strategie bei Abstimmung: Möglichst so stimmen, daß eine Alternative verbleibt, die beim paarweisen Vergleich mit der erstrebten Alternative verliert.

Kollektive Wahlfunktionen

Entscheiden in einer Gruppe

- m_1, m_2, \dots, m_n bilden als Mitglieder die Gruppe M
- erwogen werden die Handlungsalternativen A_1, A_2, \dots
- Individuelle Präferenzen: $\geq_m, >_m, =_m$
- Gruppenpräferenzen: $\geq_M, >_M, =_M$
Lies: ... ist für die Gruppe M besser als ... etc.

Gesucht:

- Präferenzordnung der Gruppe
- Gibt es eine Regel (einen Aggregationsmechanismus), der aus den Präferenzordnungen der Individuen eine Gruppen-Präferenzordnung bilden kann?
- trivialer Fall: Individuen haben gleiche Präferenzen (vgl. Einstimmigkeitsregel)
- N.B.: rationale Präferenzen vollständig und transitiv
- Gesucht: kollektive Wahlfunktion mit möglichst unbeschränktem Definitionsbereich (Sozialwahlfunktion, social welfare function)
- paarweiser Vergleich muß auf nichtzyklische Fälle beschränkt werden
- Ideal: ein „fairer“ Ausgleich der Interessen der Mitglieder, z.B. durch Pareto-Regeln

Pareto-Regeln

Schwache Pareto-Regel

- (a) Wenn für alle m : $A_x =_m A_y$, dann $A_x =_M A_y$.
- (b) Wenn für alle m : $A_x >_m A_y$, dann $A_x >_M A_y$.

- Plausibel, aber Definitionsbereich zu eng:
 - (1) Was, wenn einer A_x , ein anderer A_y präferiert?
 - (2) Oder manche indifferent sind, die übrigen jedoch alle A_x vorziehen?

Strenge Pareto-Regel

- (a) Wenn für alle m : $A_x =_m A_y$, dann $A_x =_M A_y$.
- (b) Wenn für alle m : $A_x \geq_m A_y$ und
für mindestens ein n : $A_x >_n A_y$ dann $A_x >_M A_y$.

- impliziert schwache Pareto-Regel
- Fall (1) bleibt ungedeckt
- keine unbeschränkte Wahlfunktion, aber nützlich zur Vorauswahl von Alternativen
- A_x ist genau dann pareto-optimal, wenn keine andere Alternative existiert, die von mindestens einem Mitglied als besser und von keinem Mitglied als schlechter eingestuft wird.

- Analogie: Effizienz individueller Mehrziel-Entscheidung
 A_x ist genau dann effizient, wenn es keine andere Alternative gibt, die von diesem Individuum hinsichtlich sämtlicher Zielgrößen als mindestens ebenso gut und hinsichtlich mindestens einer dieser Zielgrößen als besser eingestuft wird.

Strenge erweiterte Pareto-Regel

- (a) Wenn weder $A_x >_M A_y$ noch $A_y >_M A_x$, dann $A_x =_M A_y$.
- (b) Wenn für alle m : $A_x \geq_m A_y$ und für mindestens ein n : $A_x >_n A_y$, dann $A_x =_M A_y$.

- Impliziert strenge Pareto-Regel; geht aber über sie hinaus: Alle zuvor unvergleichbaren Alternativen werden als indifferent deklariert.
- deswegen ein Aggregationsmechanismus
- erzeugt aber nicht notwendig eine *transitive* kollektive Präferenzrelation

m_1 :	$A_3 \geq_1 A_1 \geq_1 A_2$
m_2 :	$A_1 \geq_2 A_2 \geq_2 A_3$

Gruppe: $A_1 >_M A_2$, $A_2 \geq_M A_3$, aber $A_1 >_M A_3$!
- Schwäche: Jedes Mitglied hat quasi Vetorecht, eine Indifferenz der Gruppe zu erzwingen.

Arrows Unmöglichkeitstheorem

Die vier Anforderungen an die Wahlfunktion

(D) Dulde keinen Diktator!

Es darf keine Person geben, deren Präferenzen automatisch und ohne Rücksicht auf die Präferenzen der anderen zu sozialen Präferenzen erhoben werden.

(Nur bei Indifferenz der Diktatoren bliebe der Gruppe ein Entscheidungsspielraum.)

(P) Respektiere Einstimmigkeit! (Pareto-Prinzip)

Wenn alle Personen einer Gesellschaft eine Alternative vorziehen, so muss ihr auch die Gesellschaft selbst den Vorzug geben:

$$\forall m \in M: Ax \succ_m Ay \Rightarrow Ax \succ_M Ay.$$

(I) Ignoriere irrelevante Alternativen!

Die soziale Präferenzordnung in Bezug auf eine Menge gegebener Alternativen darf nur von den individuellen Präferenzordnungen in Bezug auf diese Menge abhängen.

(U) Verarbeite beliebig zusammengesetzte Eingaben! (unbeschränkter Definitionsbereich)

Ein Verfahren, das individuelle in soziale Präferenzordnungen transformiert, muß beliebig zusammengesetzte Mengen von individuellen Präferenzordnungen verarbeiten können.

Arrows Theorem

Es gibt keine kollektive Wahlfunktion, die alle diese Bedingungen erfüllt, wenn es mindestens zwei Mitglieder und mindestens drei Alternativen gibt.

Bemerkungen

- Gibt es nur eine Alternative, gibt es kein Entscheidungsproblem.
- Gibt es nur ein Mitglied, gibt es kein Aggregationsproblem.
- Gibt es nur zwei Alternativen, sind die vier Bedingungen noch gemeinsam zu erfüllen, z.B. durch die Mehrheitsregel als kollektive Wahlfunktion.

Abstimmungsregeln im Licht von Arrows Theorem

	U	P	I	D
paarweiser Vergleich	x	✓	✓	✓
single vote	✓	x	x	✓
Borda-Regel	✓	✓	x	✓
Diktator-Entscheidung	✓	✓D1	✓ D2	x
strenge erweiterte Pareto-Regel	(✓)P1	✓	✓	✓
Zufallsregel	✓	x	✓	✓

D1. Beweis: Zieht jedes Mitglied A_x vor, dann auch der Diktator; also gibt es auch eine kollektive Präferenz für A_x .

D2. Beweis: Die Profile stimmen auf $\{A_x, A_y\}$ nur dann überein, wenn die Präferenzordnung des Diktators übereinstimmt; damit stimmen aber auch die kollektiven Präferenzordnungen überein.

P1. Nur Quasi-Transitivität ist garantiert:

Eine kollektive Präferenzordnung ist quasi-transitiv genau dann, wenn sie hinsichtlich der strikten Präferenz transitiv ist (unabhängig von der Transitivität der Indifferenz).

Beweis: aus Anforderungen der strengen erweiterten Pareto-Regel und der Transitivität der individuellen Präferenzordnungen.

P2. „Vetorecht“: Jeder kann kollektive Indifferenz erzwingen.