Lösungen der Klausur WiSe 2007/2008

Aufgabe 1: (b) $\begin{pmatrix}50\\50\\50\end{pmatrix}$ (c) $\begin{pmatrix}16\\10\\10\end{pmatrix}$ (d) 3000

Aufgabe 2: $a = 4$

Aufgabe 3: (a) x_2 aufnehmen, u_3 eliminieren; neues Tableau:

u_1	u_3	r.S.
4	–1	10
4	–2	10
–6	2	60
10	–4	40
8	4	920

(b) $x_1 = 10$, $x_2 = 0$, $x_3 = 20$; DB = 80; alle Fertigungsstellen ausgelastet;

x_1 sinkt um 1 ME, x_2 bleibt 0, x_3 steigt um 1 ME

Aufgabe 4: (a) 1.221,40 (b) 104,10 (c) 5,8

Aufgabe 5: (a) $\varepsilon_x(p) = p - 2\,p^2 - \dfrac{p^2}{2p^2+3}$; $\varepsilon_U(p) = \varepsilon_x(p) + 1$; (b) 6%; 1%

Aufgabe 6: (a) $x^2 - 4\,x + 4 = (\,x - 2\,)^2$; (b) –2, –3

Aufgabe 7: $y = \frac{3}{4}x$; krit. Punkte: (4, 3, 0), (–4, –3, –2); $\mathbf{H}_L(4, 3, 0) = \begin{pmatrix}2 & 0 & 8\\0 & 2 & 6\\8 & 6 & 0\end{pmatrix}$,

$\mathbf{H}_L(-4, -3, -2) = -\,\mathbf{H}_L(4, 3, 0)$; $|\,\mathbf{H}_L(4, 3, 0)\,| = -200$, $|\,\mathbf{H}_L(-4, -3, -2)\,| = 200$;

(4, 3, 0) Min.; (–4, –3, –2) Max.

Aufgabe 8: Inneres Integral = $6\,x - 30 + 3\,x^{1/2}$; Äußeres Integral = 52

Lösungen der Klausur SoSe 2008

Aufgabe 1: (a) $p_1 = 20$, $p_2 = 30$, $p_3 = 40$; (b) H_1 : 400, H_2 : 320

Aufgabe 2: $a = 3$

Aufgabe 3: (a) x_2 aufnehmen, u_3 eliminieren; neues Tableau:

u_1	u_3	r.S.
4	–1	10
6	–2	10
–3	1	10
10	–4	20
13	4	540

(b) $x_1 = 20$, $x_2 = 10$, $x_3 = 0$; DB = 340; F_1 , F_2 : ausgelastet; F_3 : noch 5 ZE freie Kap.

DB steigt um 3 GE

Aufgabe 4: (a) 322.124 € (b) 129,3 Monate

Aufgabe 5: (a) $x_0 = 100$, $p_0 = 24$

Aufgabe 6: (b) $\mathbf{H}_f(0,0) = \begin{pmatrix} 0 & -6 \\ -6 & 0 \end{pmatrix}$, indefinit, Sattelpunkt,

$\mathbf{H}_f(1,1) = \begin{pmatrix} 20 & 4 \\ 4 & 20 \end{pmatrix}$, positiv definit, lokales Minimum.

Aufgabe 7: (a) f linear homogen (r = 1); (b) $\varepsilon_{fx}(x,y) = -1 + \frac{x^2}{x^2+y^2}$, $\varepsilon_{fy}(x,y) = 1 + \frac{y^2}{x^2+y^2}$;

(c) –1%, 3%; (d) 2%

Aufgabe 8: (a) $\frac{\mathrm{d}f}{\mathrm{d}t} = [\, y \cdot e^x + 1 \cdot \ln(y)\,] \cdot \cos(t^2) \cdot 2t + [\, 1 \cdot e^x + x \cdot \frac{1}{y}\,] \cdot 4t^3$; (b) $\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x}(2,2) = 2$

Lösungen der Klausur WiSe 2008/2009

Aufgabe 1: (b) $\mathbf{k} = \begin{pmatrix} 800 \\ 800 \\ 800 \end{pmatrix}$, (c) $\mathbf{e} = \begin{pmatrix} 20 \\ 20 \\ 20 \end{pmatrix}$, (d) K = 4800

Aufgabe 2: –12

Aufgabe 3: (a) x_2 aufnehmen, u_3 eliminieren; neues Tableau:

x_3	u_2	u_3	r.S.
1	–0,5	–1	10
1	0,5	0	20
1	0	1	30
20	7,5	10	600

(b) $x_1 = 8$, $x_2 = 48$; DB = 1472; F_1, F_3 : ausgelastet; F_2 : noch 16 ZE freie Kap., F_4 : noch 60 ZE freie Kap.; x_1 sinkt um 1 ME, x_2 steigt um 2 ME

Aufgabe 4: (a) 11.698,60 € (b) 11.740,80 €, $p = 4{,}09$ (c) 11.717,90 €, $p = 4{,}04$

Aufgabe 5: (a) $\varepsilon_G(x) = \frac{x}{x-5} + \frac{1}{2}\frac{3x^3}{x^3+500} - \frac{2x^2}{x^2+100}$, $\varepsilon_g(x) = \varepsilon_G(x) - 1$

(b) 20 %, 10 %

Aufgabe 6: (a) 2, $f'(x) = \frac{(e^x + \cos(x)) \cdot x - (e^x + \sin(x) - 1) \cdot 1}{x^2}$, $\frac{1}{2}$; (b) $\frac{1}{2}x + 2$

Aufgabe 7: $\mathbf{H}_f(0,1) = \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 2 & -2 \end{pmatrix}$, indefinit, Sattelpunkt,

$\mathbf{H}_f(-1,0) = \begin{pmatrix} -4 & 2 \\ 2 & -2 \end{pmatrix}$, negativ definit, lokales Maximum.

Aufgabe 8: 9

Lösungen der Klausur SoSe 2009

Aufgabe 1: $x_1 = 2x_2 + x_3$, $x_2 = 2x_3 + x_4$, $x_3 = x_4 + 5$, $x_4 = 5 + 0{,}1\, x_1$; $x_1 = 200$, $x_2 = 85$, $x_3 = 30$, $x_4 = 25$

Aufgabe 2: (a) $\mathbf{v}' \cdot \mathbf{M} \cdot \mathbf{v} = a + 14$, $|\,\mathbf{M}\,| = 4 - 9a$, $a = -1$; (b) $\mathbf{M}$ indefinit

Aufgabe 3: (a) x_2 aufnehmen, u_3 eliminieren; neues Tableau:

u_1	u_3	r.S.
4	–1	5
–2	–2	10
–6	2	30
8	–4	20
40	10	1550

(b) $x_1 = 20$, $x_2 = 10$; $x_3 = 0$; DB = 340; F_1, F_2 : ausgelastet; F_3 : noch 5 ZE freie Kap.;

x_1 steigt um 1 ME, x_2 sinkt um 1 ME, x_3 bleibt

Aufgabe 4: (a) $p = 7{,}6$ (b) $m = 34{,}66$ Jahre

Aufgabe 5: "Kandidaten": $(-\infty, 4)$, $(\infty, 3)$, $(1, 1)$, $(1, 2)$, $(2, 3-e)$;
kein glob. Max., Min. $(2, 3-e)$

Aufgabe 6: $f_x(x, y) = 4x^3y+y^3-5x$, $f_{xx}(x, y) = 12x^2y-5$, $f_{xy}(x, y) = 4x^3+3y^2$
$f_y(x, y) = x^4+3xy^2-4y$, $f_{yx}(x, y) = 4x^3+3y^2$, $f_{yy}(x, y) = 6xy-4$;

$\mathbf{H}_f(0, 0) = \begin{pmatrix} -5 & 0 \\ 0 & -4 \end{pmatrix}$, $\begin{matrix} -5, & |\mathbf{H}_f| = 20 \\ -, & + \end{matrix}$ $\Rightarrow$ $\mathbf{H}_f$ negativ definit, lok. Maximum,

$\mathbf{H}_f(1, 1) = \begin{pmatrix} 7 & 7 \\ 7 & 2 \end{pmatrix}$, $\begin{matrix} 7, & |\mathbf{H}_f| = -35 \\ +, & - \end{matrix}$ $\Rightarrow$ $\mathbf{H}_f$ indefinit, Sattelpunkt

Aufgabe 7: (a) linear homogen ($r = 1$); (b) $\varepsilon_{f_x}(x, y) = \dfrac{2x}{x+2y} - \dfrac{x^2}{x^2+2y^2}$, $\varepsilon_{f_y}(x, y) = \dfrac{4y}{x+2y} - \dfrac{2y^2}{x^2+2y^2}$

(c) 1% , 2% ; (c) 3%

Aufgabe 8: $L_x = 4+\lambda\cdot 4x$, $L_y = 2+\lambda\cdot 2y$, $L_{xx} = 4\lambda$, $L_{xy} = 0$, $L_{x\lambda} = 4x$; $L_{yy} = 2\lambda$, $L_{y\lambda} = 2y$,

$\lambda = -\frac{1}{x} = -\frac{1}{y}$, $y = x$, $|\mathbf{H}_L(2, 2, -\frac{1}{2})| = \left|\begin{pmatrix} -2 & 0 & 8 \\ 0 & -1 & 4 \\ 8 & 4 & 0 \end{pmatrix}\right| = 96 > 0$, lokales Maximum,

$|\mathbf{H}_L(-2; -2; \frac{1}{2})| = |-\mathbf{H}_L(2; 2; -\frac{1}{2})| = -96 < 0$, lokales Minimum

Lösungen der Klausur WiSe 2009/2010

Aufgabe 1: (b) $\mathbf{K} = \mathbf{P}\cdot\mathbf{M} = \begin{pmatrix} 150 & 200 \\ 150 & 150 \\ 150 & 100 \end{pmatrix}$; (c) $\mathbf{e} = \mathbf{P}'\cdot\mathbf{s} = \begin{pmatrix} 100 \\ 100 \end{pmatrix}$; (d) $\mathbf{g} = \mathbf{K}'\cdot\mathbf{s} = \mathbf{M}'\cdot\mathbf{e} = \begin{pmatrix} 15.000 \\ 15.000 \end{pmatrix}$

Aufgabe 2: (a) $\mathbf{A}^{-1} = \begin{pmatrix} 7 & -4 \\ -5 & 3 \end{pmatrix}$; (b) $|\mathbf{B}| = 2$; (c) Spur($\mathbf{v}\cdot\mathbf{v}'$) = 14 ; (d) $\mathbf{D}$ negativ definit

Aufgabe 3: (a) x_2 aufnehmen, u_3 eliminieren; neues Tableau:

u_1	u_3	r.S.
4	–1	10
0	–2	60
–6	2	60
10	–4	100
40	20	4600

(b) $x_1 = 20$, $x_2 = 30$; $x_3 = 0$; DB = 600; F_2, F_3 : ausgelastet; F_1 : 10 ZE freie Kap.;

x_1 bleibt, x_2 steigt um 1 ME, x_3 bleibt

Aufgabe 4: (a) 148.684 ; (b) $q^n = 1{,}59$, $n = 185{,}7$ Monate

Aufgabe 5: "Kandidaten": $(1, \infty)$, $(0, 1)$, $(\infty, 0)$, $(2, 1)$, keine globalen Extrema

Aufgabe 6: $f_x(x, y) = 2xy - 6,\qquad f_{xx}(x, y) = 2y,\qquad f_{xy}(x, y) = 2x$

$f_y(x, y) = x^2 + 3 - \frac{12}{y}\qquad f_{yx}(x, y) = 2x,\qquad f_{yy}(x, y) = \frac{12}{y^2};$

$\mathbf{H}_f\,(1, 3) = \begin{pmatrix} 6 & 2 \\ 2 & 12/9 \end{pmatrix},\quad \begin{array}{ll} 6\ , & |\,\mathbf{H}_f\,| = 4 \\ +\ , & \quad + \end{array}\quad \Rightarrow\quad \mathbf{H}_f$ positiv definit, $(1, 3)$ lok. Minimum,

$\mathbf{H}_f\,(3, 1) = \begin{pmatrix} 2 & 6 \\ 6 & 12 \end{pmatrix},\quad \begin{array}{ll} 2\ , & |\,\mathbf{H}_f\,| = -12 \\ +\ , & \quad - \end{array}\quad \Rightarrow\quad \mathbf{H}_f$ indefinit, $(3, 1)$ Sattelpunkt

Aufgabe 7: $f_x(x, y) = 30 \cdot (-\frac{1}{2}) \cdot (\frac{6}{x^2} + \frac{12}{y^2})^{-3/2} \cdot (-\frac{12}{x^3})\,,\quad f_y(x, y) = 30 \cdot (-\frac{1}{2}) \cdot (\frac{6}{x^2} + \frac{12}{y^2})^{-3/2} \cdot (-\frac{24}{y^3})\,,$

$\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x}(10\,,20) = -\frac{1}{2} \cdot (\frac{20}{10})^3 = -4$

Aufgabe 8: Inneres Integral $= [\, x^3 + 2xy + \frac{10}{3} \cdot x^{4/3} \cdot y^{-2/3}\,]_0^1 = 1 + 2y + \frac{10}{3} \cdot y^{-2/3}\,,$

äußeres Integral $= [\, y + y^2 + 10 \cdot y^{1/3}\,]_1^8 = 80$

Lösungen der Klausur SoSe 2010

Aufgabe 1: (b) $\mathbf{P_V} = \mathbf{P_1} \cdot \mathbf{P_2} = \begin{pmatrix} 2&3&4&5\\2&3&4&5\\2&3&4&5\\2&3&4&5\\2&3&4&5 \end{pmatrix}$; (c) $\mathbf{P_E} = \mathbf{P_V} \cdot \mathbf{P_3} = \begin{pmatrix} 20&15&10\\20&15&10\\20&15&10\\20&15&10\\20&15&10 \end{pmatrix}$; (d) $\mathbf{b} = \mathbf{P_E} \cdot \mathbf{s} = \begin{pmatrix} 400\\400\\400\\400\\400 \end{pmatrix}$

Aufgabe 2: $|\,(\frac{1}{r}\mathbf{A})^{-1}\,| = \frac{r^2}{4}$; Spur $(\,(\frac{1}{r}\mathbf{A})^{-1}\,) = \frac{10\,r}{4}$; $r = 10$

Aufgabe 3: (a) x_2 aufnehmen, u_3 eliminieren; neues Tableau:

u_1	u_3	r.S.
4	–1	40
2	–2	80
–6	2	120
6	–4	60
12	12	5520

(b) $x_1 = 5$, $x_2 = 30$; DB = 1550; F_1, F_3 : ausgelastet; F_2 : 10 ZE, F_4 : 20 ZE freie Kap.;

x_1 steigt um 4 ME, x_2 sinkt um 6 ME

Aufgabe 4: (a) $q = 1{,}0175$, $p = 7$; (b) $m = 27{,}7$ Jahre

Aufgabe 5: $G(x) = 58 - 3x + 9\,x^{2/3}$; $x_0 = 8$, $p_0 = 15$

Aufgabe 6: $f\,'(x) = \frac{1}{1 + \ln(x)} \cdot \frac{1}{x}\,,\quad f\,''(x) = -\frac{1}{(1 + \ln(x))^2} \cdot \frac{1}{x} \cdot \frac{1}{x} + \frac{1}{1 + \ln(x)} \cdot (-\frac{1}{x^2})$

$f(1) = 0\,,\ f\,'(1) = 1\,,\ f\,''(1) = -2\,;\quad \mathrm{T}_2(x) = -x^2 + 3x - 2$

Aufgabe 7: $f_x(x, y) = 2 - 2xy\,,\qquad f_{xx}(x, y) = -\,2y,\qquad f_{xy}(x, y) = -\,2x$

$f_y(x, y) = -\,2 - x^2 + \frac{3}{y}\,,\qquad f_{yx}(x, y) = -\,2x,\qquad f_{yy}(x, y) = -\frac{3}{y^2};$

$\mathbf{H}_f\,(1, 1) = \begin{pmatrix} -2 & -2 \\ -2 & -3 \end{pmatrix},\quad \begin{array}{ll} -2\ , & |\,\mathbf{H}_f\,| = 2 \\ -\ , & \quad + \end{array}\quad \Rightarrow\quad \mathbf{H}_f$ negativ definit, $(1, 1)$ lok. Maximum,

$\mathbf{H}_f\,(2, \frac{1}{2}) = \begin{pmatrix} -1 & -4 \\ -4 & -12 \end{pmatrix},\quad \begin{array}{ll} -1\ , & |\,\mathbf{H}_f\,| = -4 \\ -\ , & \quad - \end{array}\quad \Rightarrow\quad \mathbf{H}_f$ indefinit, $(2, \frac{1}{2})$ Sattelpunkt

Aufgabe 8: $f(x,\ y) = 3xy^2 \cdot \sqrt[3]{\frac{1}{xy^5}} = 3x^{2/3}y^{1/3}$; (b) $\varepsilon_{f_x}(x, y) = \frac{2}{3}$, $\varepsilon_{f_y}(x, y) = \frac{1}{3}$;

(a) linear homogen, da $\varepsilon_{f_x}(x, y) + \varepsilon_{f_y}(x, y) = 1 = r$; (c) 4% , 2% ; (d) 6%

Lösungen der Klausur WiSe 2010/2011

Aufgabe 1: (a) $p_1 = 30$, $p_2 = 40$, $p_3 = 50$; (b) H_1 , H_2 je 1400€

Aufgabe 2: (a) $\mathbf{A}^{-1} = \begin{pmatrix} 9 & -7 \\ -5 & 4 \end{pmatrix}$; (b) $|\mathbf{B}| = -1$; (c) $\mathbf{x}'\,\mathbf{B}\,\mathbf{x} = 2x_1^2 + 4x_2^2 - 3x_3^2 + 6x_1x_2 + 2x_1x_3$;

(d) $\mathbf{B}$ indefinit

Aufgabe 3: (a) x_2 aufnehmen, u_3 eliminieren; neues Tableau:

x_3	u_2	u_3	r.S.
1	–0,5	–1	10
1	0,5	0	20
1	0	1	30
20	7,5	10	600

(b) $x_1 = 8$, $x_2 = 48$; DB = 1472; F_1 , F_3 : ausgelastet; F_2 : noch 16 ZE freie Kap.,

F_4 : noch 60 ZE freie Kap.; x_1 sinkt um 1 ME, x_2 steigt um 2 ME

Aufgabe 4: (a) $K \cdot q^n + E \cdot q\,\frac{q^{n-1}-1}{q-1}$, (b) 33.221 ; (c) $n = \frac{\ln(T)}{\ln(q)}$ mit $T = \frac{K_n + \frac{Eq}{q-1}}{K + \frac{E}{q-1}}$; (d) 31,84

Aufgabe 5: (a) $\varepsilon_K(x) = \frac{1}{3}\,x \cdot \frac{3x^2}{x^3+2000} = \frac{x^3}{x^3+2000}$; $\varepsilon_k(x) = \varepsilon_K(x) - 1$; (b) 4%; –1%

Aufgabe 6: (a) $f'(x) = \frac{4x^3 + 4}{x^4 + 4x + 1}$, $f''(x) = \frac{12x^2\,(x^4 + 4x + 1) - (4x^3 + 4)^2}{(x^4 + 4x + 1)^2}$

$f(0) = 0$, $f'(0) = 4$, $f''(0) = -16$; $T_2(x) = -8x^2 + 4x$; (b) $x_1 = 1$, $x_2 = -1$

Aufgabe 7: $f_x(x, y) = 3x^2y + 4xy - 7y$, $f_{xx}(x, y) = 6xy + 4y$, $f_{xy}(x, y) = 3x^2 + 4x - 7$

$f_y(x, y) = x^3 + 2x^2 + 4y - 7x$, $f_{yx}(x, y) = 3x^2 + 4x - 7$, $f_{yy}(x, y) = 4$;

$\mathbf{H}_f(0, 0) = \begin{pmatrix} 0 & -7 \\ -7 & 4 \end{pmatrix}$, $\begin{matrix} 0\ , & |\mathbf{H}_f| = -49 \\ ?\ , & - \end{matrix}$ $\Rightarrow$ $\mathbf{H}_f$ indefinit, (0, 0) Sattelpunkt,

$\mathbf{H}_f(1, 1) = \begin{pmatrix} 10 & 0 \\ 0 & 4 \end{pmatrix}$, $\begin{matrix} 10\ , & |\mathbf{H}_f| = 40 \\ +\ , & + \end{matrix}$ $\Rightarrow$ $\mathbf{H}_f$ positiv definit, (1, 1) lok. Minimum

Aufgabe 8: (a) $\frac{\mathrm{d}f}{\mathrm{d}t} = (\sin(y^2) + y \cdot \frac{2x}{x^2+1}) \cdot e^{2t} \cdot 2 + (x \cdot \cos(y^2) \cdot 2y + \ln(x^2+1)) \cdot \frac{1}{3}\,t^{-2/3}$

(b) $\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x}(x, y) = -\frac{f_x(x;\, y)}{f_y(x;\, y)}$, $f(x,\ y) = x^4 - y^3 + xy^2 - 1$, $\mathrm{grad}_f(x, y) = \begin{pmatrix} 4x^3 + y^2 \\ -3y^2 + 2xy \end{pmatrix}$

$f_x(1, 1) = 5$, $f_y(1, 1) = -1$, $\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x}(1, 1) = 5$

Lösungen der Klausur SoSe 2011

Aufgabe 1: $x_1 = 150$, $x_2 = 84$, $x_3 = 33$, $x_4 = 16$

Aufgabe 2: $|\mathbf{A}^{-1} \cdot \mathbf{D}^{-1} \cdot \mathbf{A}| = \frac{1}{-2a}$, $\mathrm{Spur}(\mathbf{A}^{-1} \cdot \mathbf{D}^{-1} \cdot \mathbf{A}) = \frac{1}{2} + \frac{1}{a}$, $a = -3$

Aufgabe 3: (a) x_2 aufnehmen, u_3 eliminieren; neues Tableau:

u_1	u_3	r.S.
4	–1	5
–2	–2	10
–6	2	30
8	–4	20
40	10	1550

(b) $x_1 = 20$, $x_2 = 10$, $x_3 = 0$; DB = 340; F_1, F_2 : ausgelastet; F_3 : 5 ZE freie Kap.;

x_1 sinkt um 1 ME, x_2 steigt um 2 ME, x_3 bleibt

Aufgabe 4: (a) $K_m = K \cdot e^{\frac{m \cdot p}{100}} = 1000 \cdot e^{\frac{6 \cdot 2}{100}} = 1.127{,}50$; (b) $K_n = D \dfrac{q^n - 1}{q - 1} = 40 \dfrac{1{,}05^6 - 1}{0{,}05} = 272{,}08$;

(c) $K_n = 1.127{,}50 + 272{,}08 = 1.399{,}58$, $q = \sqrt[n]{K_n / K} = \sqrt[6]{1{,}39958} = 1{,}0576$, $p = 5{,}76$

Aufgabe 5: $\lim\limits_{x \to \pm\infty} f(x) = 1$, $f'(x) = 2 \cdot \dfrac{x^2 - 1}{x^2 + 1} \cdot \dfrac{2x \cdot (x^2+1) - (x^2-1) \cdot 2x}{(x^2+1)^2} = \dfrac{8x \cdot (x^2-1)}{(x^2+1)^3} = 0$, $x = 0$, $x = \pm 1$

globales Maximum: (0, 1), globale Minima: (± 1, 0)

Aufgabe 6: $f_x(x, y) = 2\,(x^2 - 1 + y) = 0 \quad \Leftrightarrow \quad x^2 - 1 + (x + 1) = x^2 + x = x\,(x + 1) = 0$

$f_y(x, y) = 2\,(x + 1) - 2y = 0 \quad \Leftrightarrow \quad x + 1 = y$

$\Rightarrow$ kritische Punkte: (0, 1), (– 1, 0); $\mathbf{H}_f(x, y) = \begin{pmatrix} 4x & 2 \\ 2 & -2 \end{pmatrix}$

$\mathbf{H}_f(0, 1) = \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 2 & -2 \end{pmatrix}$, $\begin{array}{c} 0 \\ ? \end{array}$, $\begin{array}{c} |\,\mathbf{H}_f\,| = -4 \\ - \end{array}$ indefinit, (0, 1) Sattelpunkt;

$\mathbf{H}_f(-1, 0) = \begin{pmatrix} -4 & 2 \\ 2 & -2 \end{pmatrix}$, $\begin{array}{c} -4 \\ - \end{array}$, $\begin{array}{c} |\,\mathbf{H}_f\,| = 4 \\ + \end{array}$ negativ definit, (–1, 0) lokales Maximum

Aufgabe 7: (a) $f(\lambda x, \lambda y) = (\lambda x + \lambda y) \cdot \sqrt{\dfrac{2\lambda^3 x^3 + \lambda^3 y^3}{\lambda x + 2\lambda y}} = \lambda \cdot (x+y) \cdot \sqrt{\dfrac{\lambda^3 (2x^3 + y^3)}{\lambda (x + 2y)}} = \lambda^2 f(x, y)$,

$r = 2$

(b) $\varepsilon_f(x, y) = \varepsilon_f(x+y) + \frac{1}{2} [\, \varepsilon_f(2x^3 + y^3) - \varepsilon_f(x + 2y) \,]$

$\varepsilon_{f_x}(x, y) = x \cdot \dfrac{1}{x+y} + \dfrac{1}{2} [\, x \cdot \dfrac{6x^2}{2x^3 + y^3} - x \cdot \dfrac{1}{x+2y} \,] = \dfrac{x}{x+y} + \dfrac{1}{2} (\dfrac{6x^3}{2x^3 + y^3} - \dfrac{x}{x+2y})$,

$\varepsilon_{f_y}(x, y) = y \cdot \dfrac{1}{x+y} + \dfrac{1}{2} [\, y \cdot \dfrac{3y^2}{2x^3 + y^3} - y \cdot \dfrac{2}{x+2y} \,] = \dfrac{y}{x+y} + \dfrac{1}{2} (\dfrac{3y^3}{2x^3 + y^3} - \dfrac{2y}{x+2y})$

(c) $x = y \;\Rightarrow\; \varepsilon_{f_x}(x, y) = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} [\, 2 - \frac{1}{3} \,] = \frac{4}{3}$, $\varepsilon_{f_y}(x, y) = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} [\, 1 - \frac{2}{3} \,] = \frac{2}{3}$,

$\varepsilon_{f_x}(x_0, y_0) \cdot s\% = \frac{4}{3} \cdot 3\% = 4\%$, $\varepsilon_{f_y}(x_0, y_0) \cdot s\% = \frac{2}{3} \cdot 3\% = 2\%$

(d) $(1 + s\%)^r - 1 = (1 + 3\%)^2 - 1 = 3\%\ (2 + 3\%) = 3\%\ 2{,}03 = 6{,}09\%$

Aufgabe 8: $\displaystyle\int_0^1 3x^2 \cdot y^{1/2} + \frac{3}{2} y^{-2} \cdot x^{-1/2}\, dx = [\, x^3 \cdot y^{1/2} + \frac{3}{2} y^{-2} \cdot 2x^{1/2} \,]_0^1 = y^{1/2} + 3y^{-2}$

$\displaystyle\int_1^9 y^{1/2} + 3y^{-2}\, dy = [\frac{2}{3} y^{3/2} + 3 \cdot (-1) \cdot y^{-1} \,]_1^9 = \frac{2}{3} \cdot 27 - \frac{1}{3} - (\frac{2}{3} - 3\,) = 18 - \frac{1}{3} - \frac{2}{3} + 3 = 20$

Lösungen der Klausur WiSe 2011/2012

Aufgabe 1: (b) $\mathbf{K} = \mathbf{P}\cdot\mathbf{M} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 50 & 100 \\ 50 & 100 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 150 & 300 \\ 150 & 300 \\ 150 & 300 \end{pmatrix}$, (c) $\mathbf{e} = \mathbf{P}'\cdot\mathbf{s} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & 2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 10 \\ 30 \\ 20 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 90 \\ 90 \end{pmatrix}$

(d) $\mathbf{g} = \mathbf{K}'\cdot\mathbf{s} = \begin{pmatrix} 150 & 150 & 150 \\ 300 & 300 & 300 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 10 \\ 30 \\ 20 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 9.000 \\ 18.000 \end{pmatrix} = \mathbf{M}'\cdot\mathbf{e} = \begin{pmatrix} 50 & 50 \\ 100 & 100 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 90 \\ 90 \end{pmatrix}$

Aufgabe 2: (a) $\mathbf{A}^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$; (b) $\mathbf{B} = \frac{1}{2}(\mathbf{C} + \mathbf{C}') = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ indefinit, also $\mathbf{C}$ indefinit

Aufgabe 3: (a) x_2 aufnehmen, u_3 eliminieren; neues Tableau:

u_1	u_3	r.S.
4	–1	40
2	–2	80
–6	2	120
6	–4	60
12	12	5520

(b) $x_1 = 30$, $x_2 = 0$, $x_3 = 20$; DB = 600; F_1, F_3 : ausgelastet; F_2 : noch 10 ZE freie Kap.; x_1 steigt um 1 ME, x_2 und x_3 bleiben konstant

Aufgabe 4: (a) $K_n = 1000\cdot 1{,}0025^{48} = 1.127{,}33$; Rendite: $q = \sqrt[4]{1{,}12733} = 1{,}0304$, $p = 3{,}04$

(b) $K_n = 1000\cdot 1{,}01\cdot 1{,}02\cdot 1{,}03\cdot 1{,}06 = 1.124{,}77$; $q = \sqrt[4]{1{,}12477} = 1{,}0298$, $p = 2{,}98$

Aufgabe 5: (a) $\varepsilon_x(p) = p\cdot(2-2p) - \frac{1}{4}\cdot p\cdot \frac{8p}{4p^2+2}$; $\varepsilon_U(p) = \varepsilon_x(p) + 1$; (b) 1%, −2%

Aufgabe 6: (a) $\lim\limits_{x\to 1} x + \frac{\ln(x)}{x-1} = 1 + \frac{"0"}{0} = 1 + \lim\limits_{x\to 1}\frac{1/x}{1} = 2$, $f'(x) = 1 + \frac{1 - 1/x - \ln(x)}{(x-1)^2}$,

$\lim\limits_{x\to 1} f'(x) = 1 + \frac{"0"}{0} = 1 + \lim\limits_{x\to 1}\frac{1/x^2 - 1/x}{2(x-1)} = 1 + \frac{"0"}{0} = 1 + \lim\limits_{x\to 1}\frac{-2/x^3 + 1/x^2}{2} = \frac{1}{2}$

(b) $\mathrm{T}_1(x) = 2 + \frac{1}{2}(x-1) = \frac{1}{2}(x+3)$

Aufgabe 7: (a) $\frac{df}{dt} = (2x\cdot 2^y + y^3\cdot\frac{1}{2x+1}\cdot 2)\cdot 3t^2 + (x^2\cdot 2^y\cdot\ln(2) + 3y^2\cdot\ln(2x+1))\cdot\cos(t^3)\cdot 3t^2$

(b) $f(x, y) = x^7y + x + 1 - xy^5 - y^3$, $\frac{dy}{dx}(x, y) = -\frac{f_x(x; y)}{f_y(x; y)} = -\frac{7x^6y + 1 - y^5}{x^7 - 5xy^4 - 3y^2}$,

$\frac{dy}{dx}(0, 1) = -\frac{0}{-3} = 0$

Aufgabe 8: (a) $L_x = -\frac{y}{x^2} + \lambda\cdot\frac{1}{x+y}$; $L_y = \frac{1}{x} + \lambda\cdot(1 + \frac{1}{x+y})$; $L_{xx} = \frac{2y}{x^3} - \frac{\lambda}{(x+y)^2}$, $L_{xy} = -\frac{1}{x^2} - \frac{\lambda}{(x+y)^2}$,

$L_{x\lambda} = \frac{1}{x+y}$, $L_{yy} = -\frac{\lambda}{(x+y)^2}$, $L_{y\lambda} = 1 + \frac{1}{x+y}$, $L_{\lambda\lambda} = 0$

(b) $L_y = 0 \quad\Leftrightarrow\quad \lambda = -\frac{1/x}{1 + 1/(x+y)}$, $\lambda(2, -1) = -\frac{1/2}{1 + 1/(2-1)} = -\frac{1}{4}$

(c) $\mathbf{H}_L(2, -1, -\frac{1}{4}) = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1/4 & 2 \\ 1 & 2 & 0 \end{pmatrix}$, $|\mathbf{H}_L(2, -1, -\frac{1}{4})| = -\frac{1}{4} < 0$, lokales Minimum

Lösungen der Klausur SoSe 2012

Aufgabe 1: (b) $\mathbf{k} = \mathbf{P} \cdot \mathbf{m} = \frac{1}{60}\begin{pmatrix} 10 & 12 & 16 \\ 16 & 10 & 10 \\ 25 & 7 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 100 \\ 60 \\ 80 \end{pmatrix} = \frac{1}{60}\begin{pmatrix} 3000 \\ 3000 \\ 3000 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 50 \\ 50 \\ 50 \end{pmatrix}$

(c) $\mathbf{e} = \mathbf{P}' \cdot \mathbf{s} = \frac{1}{60}\begin{pmatrix} 10 & 16 & 25 \\ 12 & 10 & 7 \\ 16 & 10 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 10 \\ 30 \\ 20 \end{pmatrix} = \frac{1}{60}\begin{pmatrix} 960 \\ 600 \\ 600 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 16 \\ 10 \\ 10 \end{pmatrix}$

(d) $K = \mathbf{k}' \cdot \mathbf{s} = 3000$ oder $K = \mathbf{m}' \cdot \mathbf{e} = 3000$

Aufgabe 2: $|\, r \cdot (\mathbf{A'A})^{-1} \,| = \frac{r^3}{36}$, $r = 4$

Aufgabe 3: (a) x_1 aufnehmen, u_1 eliminieren; neues Tableau:

x_2	u_1	u_2	r.S.
1/2	1/2	−1/2	10
0	−3	4	30
3	−1	−1	20
4	2	4	580

(b) $x_1 = 10$, $x_2 = 0$, $x_3 = 30$; DB = 580; F_1, F_2 : ausgelastet; F_3 : noch 20 ZE freie Kap.; x_1 sinkt um 1 ME, x_3 steigt um 8 ME, x_2 bleibt bei 0

Aufgabe 4: (a) $K_n = 200 \cdot 1{,}0025 \cdot \frac{1{,}0025^{420} - 1}{0{,}0025} = 148.684$

(b) $K_n = K_n = K \cdot q^n - A \cdot q \cdot \frac{q^n - 1}{q - 1}$, $K = 148.684$, A = 1.000

(c) $K_n = 0$, $q^n = \frac{401}{401 - 148{,}684} = 1{,}59$, $n = \frac{\ln(1{,}59)}{\ln(1{,}0025)} = 185{,}7$ Monate

Aufgabe 5: Kand.: (0, 1), (∞, 1), (2, 1), (1, 0), (5, 1,5); glob. Max. (5, 1,5), glob. Min. (1, 0)

Aufgabe 6: (a) $f(x) = e^{2x \cdot \ln(x)}$, $f'(x) = 2 \cdot f(x) \cdot (\ln(x) + 1)$, $f''(x) = 2 \cdot [\, f'(x) \cdot (\ln(x) + 1) + f(x) \cdot \frac{1}{x} \,]$

(b), (c) $f(1) = 1$, $f'(1) = 2$, $f''(1) = 6$; $T_2(x) = 3x^2 - 4x + 2$

Aufgabe 7: $f_x(x, y) = -2 - y^2 + \frac{3}{x}$, $f_y(x, y) = 2 - 2xy$, $f_{xx}(x, y) = -\frac{3}{x^2}$, $f_{xy}(x, y) = -2y = f_{yx}(x, y)$,

$f_{yy}(x, y) = -2x$, $(x_1, y_1) = (1, 1)$, $(x_2, y_2) = (\frac{1}{2}, 2)$

$\mathbf{H}_f(1, 1) = \begin{pmatrix} -3 & -2 \\ -2 & -2 \end{pmatrix}$, $\begin{matrix} -3 & , & |\mathbf{H}_f| = 2 \\ - & , & + \end{matrix}$ $\Rightarrow$ $\mathbf{H}_f$ negativ definit, (1, 1) lok. Maximum,

$\mathbf{H}_f(\frac{1}{2}, 2) = \begin{pmatrix} -12 & -4 \\ -4 & -1 \end{pmatrix}$, $\begin{matrix} -12 & , & |\mathbf{H}_f| = -4 \\ - & , & - \end{matrix}$ $\Rightarrow$ $\mathbf{H}_f$ indefinit, $(\frac{1}{2}, 2)$ Sattelpunkt

Aufgabe 8: $\int_1^8 \frac{2}{9} \cdot x^{1/3} \cdot y^{-2/3}\, dx = \frac{2}{9} \cdot y^{-2/3} \cdot [\, \frac{3}{4} \cdot x^{4/3} \,]_1^8 = \frac{1}{6} \cdot y^{-2/3} \cdot [\, x^{4/3} \,]_1^8 = \frac{1}{6} \cdot y^{-2/3} \cdot (\, 2^4 - 1 \,) = \frac{15}{6} \cdot y^{-2/3} = \frac{5}{2} \cdot y^{-2/3}$

$\int_1^{27} \frac{5}{2} \cdot y^{-2/3}\, dy = \frac{5}{2} \cdot [\, 3 \cdot y^{1/3} \,]_1^{27} = \frac{15}{2} \cdot [\, y^{1/3} \,]_1^{27} = \frac{15}{2} \cdot (3 - 1) = 15$

Lösungen der Klausur WiSe 2012/2013

Aufgabe 1: (b) $\mathbf{k} = \mathbf{Z} \cdot \mathbf{p} = \frac{1}{10}\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 2 \\ 1 & 0 & 2 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 2 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \\ 6 \\ 7 \end{pmatrix} = \frac{1}{10}\begin{pmatrix} 2+4+14 \\ 2+8+10 \\ 3+5+12 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix}$

(c) $\mathbf{m}' = \mathbf{a}' \cdot \mathbf{Z} = 1000 \cdot (4, 2, 4) \cdot \frac{1}{10} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 2 \\ 1 & 0 & 2 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 2 & 0 \end{pmatrix} = 100 \cdot (6, 4, 8, 8, 8, 8)$

oder $\mathbf{m} = \mathbf{Z}' \cdot \mathbf{a}$

(d) $\text{K} = \mathbf{k}' \cdot \mathbf{a} = (2, 2, 2) \cdot 1000 \begin{pmatrix} 4 \\ 2 \\ 4 \end{pmatrix} = 20.000$

oder $\text{K} = \mathbf{m}' \cdot \mathbf{p} = 100 \cdot (6{\cdot}2+4{\cdot}3+8{\cdot}4+8{\cdot}5+8{\cdot}6+8{\cdot}7) = 20.000$

Aufgabe 2: $\text{Spur}(\mathbf{A}) = 5 + 2r = |\,\mathbf{A}\,| = 3\,(r^2-1) \quad \Leftrightarrow \quad 3r^2-2r-8 = 0 \quad \Leftrightarrow \quad r = 2 \;\vee\; r = -\frac{4}{3}$

Hauptunterdet. von $\mathbf{A}$: $1,\ r,\ 3r,\ 3\,(r^2-1) > 0 \quad \Leftrightarrow \quad r > 1; \quad \Rightarrow \quad r = 2$

Aufgabe 3: (a) x_1 aufnehmen, u_3 eliminieren; neues Tableau:

u_2	u_3	r.S.
10	–4	100
4	–1	10
–6	2	60
0	–2	60
40	20	4600

(b) $x_1 = 20$, $x_2 = 0$, $x_3 = 10$; DB = 340; F_1, F_3 : ausgelastet; F_2 : noch 5 ZE freie Kap.;

x_1 sinkt um 1 ME, x_3 steigt um 2 ME, x_2 bleibt bei 0

Aufgabe 4: (a) $q = \sqrt[n]{K_n / K} = \sqrt[120]{2} = 1{,}00579 = 1 + p / 1200, \quad p = 12{\cdot}0{,}579 = 6{,}95$

(b) $m = \frac{100}{p} \cdot \ln(K_m / K) = 100 \ln(2) = 69{,}3$ Jahre

Aufgabe 5: $\varepsilon_G(x) = \frac{2\,x^2}{x^2 + 100} + \frac{1}{3} \cdot \frac{x}{x + 10} - \frac{2\,x}{x + 20}\ , \qquad \varepsilon_g(x) = \varepsilon_G(x) - 1; \qquad 2\%, \qquad -2\%$

Aufgabe 6: $\text{D}(p_1, p_2) = (p_1 - 1){\cdot}x_1 + (p_2 - 1){\cdot}x_2\,; \qquad \text{D}_1 = 3 - 6p_1 + 3p_2 = 0 \quad \Leftrightarrow \quad p_2 = 2p_1 - 1$

$\text{D}_2 = 3 + 3p_1 - 2p_2 = 0 \quad \Rightarrow \quad p_1 = 5, \quad p_2 = 9; \quad \mathbf{H}_\text{D} = \begin{pmatrix} -6 & 3 \\ 3 & -2 \end{pmatrix}$ neg. def. , $(5, 9)$ Max.

<u>oder</u> in Matrixschreibweise: $\text{D}(\mathbf{p}) = \mathbf{p}'\mathbf{v} + \mathbf{p}'\,\mathbf{M}{\cdot}\mathbf{p} - \mathbf{k}'\mathbf{v} - \mathbf{k}'\,\mathbf{M}{\cdot}\mathbf{p}$

$\mathbf{v} = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{M} = \begin{pmatrix} -3 & 1 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{k} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}; \quad \text{grad}_\text{D}(\mathbf{p}) = \mathbf{v} + (\mathbf{M} + \mathbf{M}'){\cdot}\mathbf{p} - (\mathbf{k}'\,\mathbf{M})' = \mathbf{0}\ ,$

$\mathbf{p} = (\mathbf{M} + \mathbf{M}')^{-1}(\mathbf{M}'{\cdot}\mathbf{k} - \mathbf{v}) = -\frac{1}{3}\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 3 & 6 \end{pmatrix} \cdot -\begin{pmatrix} 3 \\ 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 \\ 9 \end{pmatrix}$

$\mathbf{H}_\text{D} = \mathbf{M} + \mathbf{M}' = \begin{pmatrix} -6 & 3 \\ 3 & -2 \end{pmatrix}$ negativ definit , $(5, 9)$ Max.

Aufgabe 7: $L\,(x, y, \lambda) = 3x+2y+\lambda{\cdot}(\,3x^2+y^2-7\,), \quad L_x = 3+\lambda\cdot 6x = 0, \quad \lambda = -\frac{1}{2x}\,; \quad L_y = 2+\lambda\cdot 2y = 0,$

$\lambda = -\frac{1}{y} \quad \Rightarrow \quad y = 2x \quad \Rightarrow \quad 3x^2+4x^2 = 7 \quad \Rightarrow$ krit. Punkte $(1, 2, -\frac{1}{2}), (-1, -2, \frac{1}{2})$,

$$\mathbf{H}_L = \begin{pmatrix} 6\lambda & 0 & 6x \\ 0 & 2\lambda & 2y \\ 6x & 2y & 0 \end{pmatrix}, \quad |\,\mathbf{H}_L\,(1, 2, -\tfrac{1}{2}\,)\,| = \left|\begin{pmatrix} -3 & 0 & 6 \\ 0 & -1 & 4 \\ 6 & 4 & 0 \end{pmatrix}\right| = 84 > 0$$

$\Rightarrow$ (1, 2) lokales Maximum von f unter der Nebenbedingung,

$|\,\mathbf{H}_L(-1, -2, \tfrac{1}{2}\,)\,| = |\,-\mathbf{H}_L(1, 2, -\tfrac{1}{2}\,)\,| = -84 < 0 \quad \Rightarrow \quad (-1, -2)$ lok. Minimum von f u.d.N.

Aufgabe 8: $\int_1^4 \frac{4}{x}\cdot y^{-2} - 3\cdot y^{-3/2} + 1 \;\mathrm{d}y = [-\frac{4}{xy} + \frac{6}{\sqrt{y}} + y\,]_1^4 = \frac{3}{x}$, $\quad \int_1^e \frac{3}{x}\;\mathrm{d}x = 3\cdot[\,\ln(x)\,]_1^e = 3$

Lösungen der Klausur SoSe 2013

Aufgabe 1: Ansatz $x_1 = x_2 + 2x_3$, $x_2 = 2x_3 + 4x_4$, $x_3 = x_4 + 5$, $x_4 = 0{,}1\,x_1 + 4$

Einsetzen oder Gauss $\Rightarrow$ $x_1 = 260$, $x_2 = 190$, $x_3 = 35$, $x_4 = 30$

Aufgabe 2: (a) $|\,\mathbf{A}\,| = 1$, (b) $\mathbf{x}'\,\mathbf{A}\,\mathbf{x} = x_1^2 + 3x_2^2 + x_3^2 + 2x_1x_2 + 2x_2x_3$, (c) $\mathbf{A}$ positiv definit (+ + +),

(d) $\mathbf{A}^{-1} = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 1 \\ -1 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & 2 \end{pmatrix}$

Aufgabe 3: (a) x_1 aufnehmen, u_2 eliminieren; neues Tableau:

u_2	u_4	r.S.
–4	10	20
2	–6	20
–2	6	10
–1	4	10
5	10	550

(b) $x_1 = 20$, $x_2 = 10$, $x_3 = 0$; DB = 340; F_1, F_2 : ausgelastet; F_3 : noch 5 ZE freie Kap.;
DB sinkt um 2 GE auf 338

Aufgabe 4: (a) $K_n = K\cdot q^n + E\cdot q\,\frac{q^{n-1}-1}{q-1}$, (b) $K_n = 2.999{,}43$; (c) $n = \frac{\ln(\mathrm{T})}{\ln(q)}$ mit $\mathrm{T} = \dfrac{K_n + \frac{Eq}{q-1}}{K + \frac{E}{q-1}}$;

(d) $\mathrm{T} = \frac{451}{410} = 1{,}1$, $n = 38{,}17$ Quartale

Aufgabe 5: $k(x) = 7 - 10x^{-1/2} + 25/x$, $k'(x) = 5x^{-3/2} - 25x^{-2} = 0 \quad\Leftrightarrow\quad 5\sqrt{x} = 25 \quad\Leftrightarrow\quad x_0 = 25$

$\lim_{x\to 0} k(x) = \infty$, $\lim_{x\to\infty} k(x) = 7$, Kandidaten: (25, 6), (0, ∞), (∞, 7); glob. Min. (25, 6)

Aufgabe 6: $f_x(x, y) = 2xy - 10$, $f_y(x, y) = x^2 + 5 - 30/y$, kritische Punkte (1, 5), (5, 1)

$\mathbf{H}_f(x, y) = \begin{pmatrix} 2y & 2x \\ 2x & 30/y^2 \end{pmatrix}$, $\mathbf{H}_f(1, 5) = \begin{pmatrix} 10 & 2 \\ 2 & 6/5 \end{pmatrix}$ positiv definit, (1, 5) lokales Minimum;

$\mathbf{H}_f(5, 1) = \begin{pmatrix} 2 & 10 \\ 10 & 30 \end{pmatrix}$ indefinit, (5, 1) Sattelpunkt

Aufgabe 7: (a) linear homogen ($r = 1$)

(b) $\varepsilon_{f_x}(x, y) = \frac{1}{2}\,[\,x\cdot\frac{2}{2x+y} - x\cdot\frac{6x^2}{2x^3+y^3}\,]$, $\quad \varepsilon_{f_y}(x, y) = 2 + \frac{1}{2}\,[\,y\cdot\frac{1}{2x+y} - y\cdot\frac{3y^2}{2x^3+y^3}\,]$

(c) $\varepsilon_{f_x}(x_0, y_0)\cdot s\% = -\frac{2}{3}\cdot 3\% = -2\%$, $\quad \varepsilon_{f_y}(x_0, y_0)\cdot s\% = \frac{5}{3}\cdot 3\% = 5\%$

(d) $(1 + s\,\%)^r - 1 = s\% = 3\%$

Aufgabe 8: (a) $\frac{df}{dt} = [y^2 \cdot e^{2x+3} \cdot 2 - 3x^2 \cdot \ln(y^2+1)] \cdot \cos(t) + (\, 2y \cdot e^{2x+3} - x^3 \cdot \frac{2y}{y^2+1}\,) \cdot \frac{1}{4}(t+1)^{-3/4}$

(b) $\frac{dy}{dx}(x, y) = -\frac{f_x(x, y)}{f_y(x, y)}$, $\quad \frac{dy}{dx}(5, 5) = -3$

Lösungen der Klausur WiSe 2013/2014

Aufgabe 1: (a) $\mathbf{P} = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$, $\mathbf{M} = \begin{pmatrix} 100 & 50 \\ 100 & 50 \end{pmatrix}$, $\mathbf{s} = \begin{pmatrix} 10 \\ 30 \\ 20 \end{pmatrix}$ (b) $\mathbf{K} = \mathbf{P} \cdot \mathbf{M} = \begin{pmatrix} 300 & 150 \\ 300 & 150 \\ 300 & 150 \end{pmatrix}$

(c) $\mathbf{e} = \mathbf{P}' \cdot \mathbf{s} = \begin{pmatrix} 90 \\ 90 \end{pmatrix}$, (d) $\mathbf{g} = \mathbf{K}' \cdot \mathbf{s} = \begin{pmatrix} 18.000 \\ 9.000 \end{pmatrix}$ oder $\mathbf{g} = \mathbf{M}' \cdot \mathbf{e}$

Aufgabe 2: $|\, 2 \cdot \mathbf{A} \cdot \mathbf{B}^{-1} \cdot \mathbf{A}^{-1} \cdot \mathbf{B}\,| = 4$, Spur($2 \cdot \mathbf{A} \cdot \mathbf{B}^{-1} \cdot \mathbf{A}^{-1} \cdot \mathbf{B}$) $= \frac{1}{r}(\, 2 + 2r^2\,)$, $r = 1$

Aufgabe 3: (a) x_2 aufnehmen, u_3 eliminieren; neues Tableau:

u_1	u_3	r.S.
4	–1	40
2	–2	80
–6	2	120
6	–4	60
12	12	5520

(b) $x_1 = 5$, $x_2 = 30$; DB = 1550; F_1, F_3 ausgelastet; F_2 noch 10 ZE, F_4 noch 20 ZE freie Kap.; DB bleibt

Aufgabe 4: (a) $K_n = E \cdot q \cdot \frac{q^n - 1}{q - 1} = 161.241$, (b) $K_n = K \cdot q^n - A \cdot q \cdot \frac{q^n - 1}{q - 1}$, $K = 161.241$, A = 1.500;

(c) $\mathrm{T} = \frac{A \cdot q}{q - 1} = 1.500 \cdot 501$, $\quad q^n = \frac{\mathrm{T}}{\mathrm{T} - K} = 1{,}273$, $\quad n = \frac{\ln(1{,}273)}{\ln(1{,}002)} = 120{,}9$ Monate

Aufgabe 5: $\varepsilon_x(p) = p \cdot (4 - 4p) - \frac{1}{3} \cdot p \cdot \frac{6p}{3p^2 + 1}$; $\varepsilon_U(p) = \varepsilon_x(p) + 1$; (b) $\varepsilon_x(p_0) = -\frac{1}{2}$; 1% , −1%

Aufgabe 6: (a) $f'(x) = 2 \cdot (\, \ln(x) + e^{x-1}\,) \cdot (\, \frac{1}{x} + e^{x-1}\,)$,

$f''(x) = 2 \cdot [\, (\frac{1}{x} + e^{x-1})^2 + (\, \ln(x) + e^{x-1}\,) \cdot (\, -\frac{1}{x^2} + e^{x-1}\,)\,]$

(b) $f(1) = 1$, $\quad f'(1) = 4$, $\quad f''(1) = 8$

(c) $\mathrm{T}_2(x) = f(x_0) + f'(x_0) \cdot (x - x_0) + \frac{1}{2} \cdot f''(x_0) \cdot (x - x_0)^2 = 4x^2 - 4x + 1$

Aufgabe 7: $f_x(x, y) = 20 \cdot (-\frac{1}{2}) \cdot (\frac{2}{x^2} + \frac{8}{y^2})^{-3/2} \cdot (-\frac{4}{x^3})$, $\quad f_y(x, y) = 20 \cdot (-\frac{1}{2}) \cdot (\frac{2}{x^2} + \frac{8}{y^2})^{-3/2} \cdot (-\frac{16}{y^3})$

$\frac{dy}{dx}(x, y) = -\frac{f_x(x, y)}{f_y(x, y)} = -(-\frac{4}{x^3}) / (-\frac{16}{y^3}) = -\frac{1}{4} \cdot (\frac{y}{x})^3$, $\quad \frac{dy}{dx}(10, 20) = -2$

Aufgabe 8: $L(x, y, \lambda) = 2x + 4y + \lambda \cdot (x^2 + 2y^2 - 12)$, $L_x = 2 + \lambda \cdot 2x = 0$, $\lambda = -\frac{1}{x}$, $L_y = 4 + \lambda \cdot 4y = 0$,

$\lambda = -\frac{1}{y} \;\Rightarrow\; y = x$, Nebenbed. $\Rightarrow$ krit. Punkte $(2, 2, -\frac{1}{2})$, $(-2, -2, \frac{1}{2})$

$\mathbf{H}_L(x, y, \lambda) = \begin{pmatrix} 2\lambda & 0 & 2x \\ 0 & 4\lambda & 4y \\ 2x & 4y & 0 \end{pmatrix}$, $|\mathbf{H}_L(2, 2, -\frac{1}{2})| = \left|\begin{pmatrix} -1 & 0 & 4 \\ 0 & -2 & 8 \\ 4 & 8 & 0 \end{pmatrix}\right| = 96 > 0$, lokales Maximum

von f unter der Nebenbed., $|\mathbf{H}_L(-2, -2, \frac{1}{2})| = |-\mathbf{H}_L(2, 2, -\frac{1}{2})| = -96 < 0$, lokales

Minimum von f u.d.N.

Lösungen der Klausur SoSe 2014

Aufgabe 1: (a) $\begin{array}{l} 10p_1 = 300 + 2p_2 + 2p_3 \\ 15p_2 = 270 + 3p_1 + 3p_3 \\ 25p_3 = 150 + 5p_1 + 5p_2 \end{array}$, $p_1 = 40$, $p_2 = 30$, $p_3 = 20$ (b) H_1 : 400, H_2 : 320

Aufgabe 2: (a) $\mathbf{A}^{-1} = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$, (b) $\mathbf{A}$ indefinit $(-,-)$,

(c) $\mathbf{x}'\,\mathbf{B}\,\mathbf{x} = x_1^2 + 3x_2^2 + 6x_3^2 + 3x_1x_2 + 4x_1x_3 + 8x_2x_3$, (d) $|\mathbf{B}| = 1$.

Aufgabe 3: (a) x_2 aufnehmen, u_3 eliminieren; neues Tableau:

u_1	u_3	r.S.
4	–1	5
–2	–2	10
–6	2	30
8	–4	20
40	10	1550

(b) $x_1 = 20$, $x_2 = 10$, $x_3 = 0$; DB = 340; F_1, F_2 ausgelastet, an F_3 noch 5 ZE freie Kap.;
DB sinkt um 2 GE

Aufgabe 4: (a) $K_m = K \cdot e^{\frac{m \cdot p}{100}} = 16.487{,}21$; (b) $K_n = D\,\dfrac{q^n - 1}{q - 1} = 3.439{,}16$;

(c) $K_n = K \cdot q^n$, $K = 10.000$, $K_n = 19.926{,}37$, $q = \sqrt[n]{K_n / K} = 1{,}0714$, $p = 7{,}14$

Aufgabe 5: Kandidaten: $(-\infty, 1)$, $(\infty, 6)$, $(0, 2)$, $(3, 5)$, $(2, 4+\frac{2}{3})$; es gibt keine glob. Extrema

Aufgabe 6: (a) $\lim\limits_{x \to 0} f(x) = 1$, $f'(x) = 1 + \dfrac{\cos(x) \cdot x - \sin(x)}{x^2}$, $\lim\limits_{x \to 0} f'(x) = 1$; (b) $T_1(x) = 1 + x$

Aufgabe 7: (a) $f_x(x, y) = y^4 + 3x^2y - 4x$, $f_{xx}(x, y) = 6xy - 4$, $f_{xy}(x, y) = 4y^3 + 3x^2$,
$f_y(x, y) = 4xy^3 + x^3 - 5y$, $f_{yx}(x, y) = 4y^3 + 3x^2$, $f_{yy}(x, y) = 12xy^2 - 5$;

(b) $\mathbf{H}_f(0, 0) = \begin{pmatrix} -4 & 0 \\ 0 & -5 \end{pmatrix}$, $\begin{array}{c} -4 \\ - \end{array}$, $\begin{array}{c} |\mathbf{H}_f| = 20 \\ + \end{array}$ $\Rightarrow$ $\mathbf{H}_f$ negativ definit, (0, 0) lok. Max.,

$\mathbf{H}_f(1, 1) = \begin{pmatrix} 2 & 7 \\ 7 & 7 \end{pmatrix}$, $\begin{array}{c} 2 \\ + \end{array}$, $\begin{array}{c} |\mathbf{H}_f| = -35 \\ - \end{array}$ $\Rightarrow$ $\mathbf{H}_f$ indefinit, (1, 1) Sattelpunkt

Aufgabe 8: $\int_1^{27} \frac{2}{9} \cdot y^{1/3} \cdot x^{-2/3}\, dx = \frac{2}{9} \cdot y^{1/3} \cdot [\, 3 \cdot x^{1/3}\,]_1^{27} = \frac{2}{3} \cdot y^{1/3} \cdot (\, 3 - 1\,) = \frac{4}{3} \cdot y^{1/3}$

$\int_1^{8} \frac{4}{3} \cdot y^{1/3}\, dy = \frac{4}{3} \cdot [\, \frac{3}{4} \cdot y^{4/3}\,]_1^8 = [\, (\sqrt[3]{y}\,)^4\,]_1^8 = 16 - 1 = 15$

Lösungen der Klausur WiSe 2014/2015

Aufgabe 1: (a) $\mathbf{P_1}$, $\mathbf{P_2}$, $\mathbf{P_3}$, $\mathbf{s} = \begin{pmatrix} 15 \\ 10 \\ 5 \end{pmatrix}$; (b) $\mathbf{P_V} = \mathbf{P_1} \cdot \mathbf{P_2} = \begin{pmatrix} 5 & 4 & 3 & 2 \\ 5 & 4 & 3 & 2 \\ 5 & 4 & 3 & 2 \\ 5 & 4 & 3 & 2 \\ 5 & 4 & 3 & 2 \end{pmatrix}$;

(c) $\mathbf{P_E} = \mathbf{P_V} \cdot \mathbf{P_3} = \begin{pmatrix} 10 & 15 & 20 \\ 10 & 15 & 20 \\ 10 & 15 & 20 \\ 10 & 15 & 20 \\ 10 & 15 & 20 \end{pmatrix}$; (d) $\mathbf{b} = \mathbf{P_E} \cdot \mathbf{s} = \begin{pmatrix} 400 \\ 400 \\ 400 \\ 400 \\ 400 \end{pmatrix}$

Aufgabe 2: (a) $\mathbf{A}^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$; (b) $\mathbf{B}^{-1} = \mathbf{A}^{-1} \, (\mathbf{A}^{-1})' = \begin{pmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 2 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$

Aufgabe 3: (a) x_1 aufnehmen, u_1 eliminieren; neues Tableau:

x_2	u_1	u_2	r.S.
1/2	1/2	–1/2	10
0	–3	4	30
3	–1	–1	20
4	2	4	580

(b) $x_1 = 10$, $x_2 = 0$, $x_3 = 30$; DB = 580;
F_1 , F_2 ausgelastet, an F_3 noch 20 ZE freie Kap.;
$x_1 = 9$, $x_2 = 0$, $x_3 = 38$

Aufgabe 4: (1) $K_n = K \cdot q_1 \cdot q_2 \cdot q_3 = 10.364{,}27$; $q = \sqrt[n]{\frac{K_n}{K}} = 1{,}012$; $p = 1{,}2$

(2) $K_n = K \cdot q^n + B \cdot \frac{q^n - 1}{q-1} = 10.317{,}21$; $q = 1{,}01046$; $p = 1{,}046$

Aufgabe 5: $p = 7 + \frac{64}{x}$, $G(x) = 58 - 3x + 9\,x^{2/3}$, $G'(x) = -3 + 6\,x^{-1/3}$, $G''(x) = -2\,x^{-4/3}$,

$x_0 = 8$ $p_0 = 15$

Aufgabe 6: (a) $r = 2$; (b) $\varepsilon_{f_x}(x, y) = \frac{1}{3}\,[\,4 - \frac{2x}{2x+y}\,]$, $\varepsilon_{f_y}(x, y) = 1 - \frac{1}{3}\frac{y}{2x+y} = 2 - \varepsilon_{f_x}(x, y)$;

(c) $\frac{6}{5} \cdot 5\% = 6\%$, $\frac{4}{5} \cdot 5\% = 4\%$; (d) 10,25%

Aufgabe 7: (a) $\frac{\mathrm{d}f}{\mathrm{d}t} = \frac{\partial f}{\partial x} \cdot \frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} + \frac{\partial f}{\partial y} \cdot \frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t} = [y \cdot \cos(x^2) \cdot 2x + \ln(y^2+1)] \cdot \frac{1}{3}\; t^{-2/3} + [\sin(x^2) + x \cdot \frac{2y}{y^2+1}\,] \cdot e^{2t} \cdot 2$

(b) $f(x,\, y) = y^4 - x^3 - x^2 y + 2y - 1$, $\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x}(x, y) = -\frac{f_x(x; y)}{f_y(x; y)} = -\frac{-3x^2 - 2xy}{4y^3 - x^2 + 2}$,

$\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x}(1, 1) = -\frac{-5}{5} = 1$

Aufgabe 8: (a) $\begin{aligned} L_x &= x^2+y^2-1+\lambda \cdot (2x) \\ L_y &= 2xy + \lambda \cdot (2y) \end{aligned}$, $\mathbf{H}_L = \begin{pmatrix} 2x+2\lambda & 2y & 2x \\ 2y & 2x+2\lambda & 2y \\ 2x & 2y & 0 \end{pmatrix}$; (b) $\lambda = 0$ (beide)

(c) $|\,\mathbf{H}_L(1, 0, 0)\,| = \left| \begin{pmatrix} 2 & 0 & 2 \\ 0 & 2 & 0 \\ 2 & 0 & 0 \end{pmatrix} \right| = -8$, Min. ; $|\,\mathbf{H}_L(-1, 0, 0)\,| = \left| \begin{pmatrix} -2 & 0 & -2 \\ 0 & -2 & 0 \\ -2 & 0 & 0 \end{pmatrix} \right| = 8$, Max.

Lösungen der Klausur SoSe 2015

Aufgabe 1: (a) $\mathbf{P} = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 2 & 7 \\ 10 & 3 \end{pmatrix}$, $\mathbf{f} = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$, $\mathbf{m} = \begin{pmatrix} 75 \\ 50 \end{pmatrix}$; (b) $\mathbf{k} = \mathbf{P} \cdot \mathbf{m} = \begin{pmatrix} 200 \\ 500 \\ 900 \end{pmatrix}$;

(c) $\mathbf{e} = \mathbf{P}' \cdot \mathbf{f} = \begin{pmatrix} 20 \\ 20 \end{pmatrix}$; (d) $K = \mathbf{k}' \cdot \mathbf{f} = 2500$ oder $K = \mathbf{m}' \cdot \mathbf{e} = 2500$

Aufgabe 2: (a) $|\mathbf{A}| = 2$; (b) $\mathbf{A}$ positiv definit ; (c) $\mathbf{A}^{-1} = \begin{pmatrix} 2 & 0 & -1 \\ 0 & 1/2 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

Aufgabe 3: (a) x_2 aufnehmen, u_3 eliminieren; neues Tableau:

u_1	u_3	r.S.
4	–1	10
0	–2	60
–6	2	60
10	–4	100
40	20	4600

(b) $x_1 = 20$, $x_2 = 30$, $x_3 = 0$; DB = 600;
F_2, F_3 ausgelastet, an F_1 noch 10 ZE freie Kap.;
$x_1 = 19$, $x_2 = 29$, $x_3 = 1$

Aufgabe 4: (a) $K_m = K \cdot e^{\frac{m \cdot p}{100}} = 1.127{,}50$; (b) $K_n = D\,\dfrac{q^n - 1}{q-1} = 272{,}08$;

(c) $K_n = 1.399{,}58$, $q = \sqrt[n]{K_n / K} = 1{,}0576$, $p = 5{,}76$

Aufgabe 5: Kandidaten $(1, -\infty)$, $(-\infty, 0)$, $(\infty, 0)$, $(3, \frac{1}{4})$; glob. Max.: $(3, \frac{1}{4})$, kein glob. Min.

Aufgabe 6: (a) $r = 2$; (b) $\varepsilon_{f_x}(x, y) = 2 - \frac{1}{2} \cdot \dfrac{x}{x+2y}$, $\varepsilon_{f_y}(x, y) = \frac{1}{2} \cdot \left(1 - \dfrac{2y}{x+2y}\right) = 2 - \varepsilon_{f_x}(x, y)$;

(c) $\frac{7}{4} \cdot 4\% = 7\%$, $\frac{1}{4} \cdot 4\% = 1\%$; (d) 8,16%

Aufgabe 7: $\text{grad}_f = \begin{pmatrix} 2y + 2 - 8/x \\ 2x - 1 - 3/y \end{pmatrix}$, krit. Punkte: (1, 3), (2, 1) , $\mathbf{H}_f = \begin{pmatrix} 8/x^2 & 2 \\ 2 & 3/y^2 \end{pmatrix}$,

$\mathbf{H}_f(1, 3) = \begin{pmatrix} 8 & 2 \\ 2 & 1/3 \end{pmatrix}$ indefinit, Sattelp., $\mathbf{H}_f(2, 1) = \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$ positiv definit, lok. Min.

Aufgabe 8: Inneres Integral: $\left[\, 2x^2y - x^{3/2} \cdot y^{-1/2} \,\right]_0^1 = 2y - y^{-1/2}$, Äußeres Integral: $\left[\, y^2 - 2y^{1/2} \,\right]_1^4 = 13$

Lösungen der Klausur WiSe 2015/16

Aufgabe 1: (a) $\mathbf{P} = \frac{1}{60}\begin{pmatrix} 12 & 45 & 20 \\ 36 & 15 & 20 \\ 22 & 25 & 30 \end{pmatrix}$, $\mathbf{m} = \begin{pmatrix} 100 \\ 80 \\ 60 \end{pmatrix}$, $\mathbf{s} = \begin{pmatrix} 10 \\ 20 \\ 30 \end{pmatrix}$ (b) $\mathbf{e} = \mathbf{P}' \cdot \mathbf{s} = \frac{1}{60}\begin{pmatrix} 1500 \\ 1500 \\ 1500 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 25 \\ 25 \\ 25 \end{pmatrix}$

(c) $\mathbf{k} = \mathbf{P} \cdot \mathbf{m} = \frac{1}{60}\begin{pmatrix} 6000 \\ 6000 \\ 6000 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 100 \\ 100 \\ 100 \end{pmatrix}$ (d) $K = \mathbf{k}' \cdot \mathbf{s} = 6000$ oder $K = \mathbf{m}' \cdot \mathbf{e} = 6000$

Aufgabe 2: $\left| \left(\frac{1}{r}\mathbf{A}\right)^{-1} \right| = \dfrac{r^3}{4}$, Spur $\left(\left(\frac{1}{r}\mathbf{A}\right)^{-1} \right) = r \cdot \dfrac{9}{4}$, $r = 3$

Aufgabe 3: (a)

BV	x_1	x_2	x_3	u_1	u_2	u_3	u_4	r.S.
u_1	0	1	1	1	0	0	0	50
u_2	1	1	0	0	1	0	0	30
u_3	1	0	1	0	0	1	0	40
u_4	1	1	1	0	0	0	1	65
z	−20	−15	−10	0	0	0	0	0

(b) θ: 20, 30, –, 25; x_2 aufnehmen, u_1 entfällt, Pivotelement: **2**

(c) $x_1 = 20$, $x_2 = 10$, $x_3 = 0$, DB = 340, $F_1 : 0$, $F_2 : 0$, $F_3 : 5$ $\quad x_1 = 19$, $x_2 = 7$, $x_3 = 1$

Aufgabe 4: (a) $K_1 = K\cdot q, \quad K_2 = (K_1 + K)\cdot q = (K\cdot q + K)\cdot q = K\cdot q^2 + K\cdot q = K\cdot q\cdot(q+1),$

$K_3 = K_2\cdot q = K\cdot q^2\cdot(q+1), \quad K_4 = K_3\cdot q = K\cdot q^3\cdot(q+1),$

$K_n = K\cdot q^{n-1}\cdot(q+1) = K\cdot q^n + K\cdot q^{n-1}$ mit $k = 4, \quad q = 1 + \frac{p}{100\cdot 4}$

(b) $q = 1{,}01$, $n = 8$, $K_n = 200\cdot 1{,}01^7\cdot 2{,}01 = 431$

Aufgabe 5: (a) $\varepsilon_x(p) = p\cdot(6p - 6p^2) - \frac{1}{5}\cdot p\cdot\frac{8p+2}{4p^2+2p} = 6p^2\cdot(1-p) - \frac{1}{5}\cdot\frac{4p+1}{2p+1}$; $\varepsilon_U(p) = \varepsilon_x(p) + 1$

(b) $\varepsilon_x(p_0)\cdot s\% = -\frac{1}{3}\cdot(-3\%) = 1\%$, $\varepsilon_U(p_0)\cdot s\% = \frac{2}{3}\cdot(-3\%) = -2\%$

Aufgabe 6: $\operatorname{grad}_f = \begin{pmatrix} y^2 + 3 - 12/x \\ 2xy - 6 \end{pmatrix}$, krit. Punkte: (1, 3), (3, 1), $\mathbf{H}_f = \begin{pmatrix} 12/x^2 & 2y \\ 2y & 2x \end{pmatrix}$,

$\mathbf{H}_f(1, 3) = \begin{pmatrix} 12 & 6 \\ 6 & 2 \end{pmatrix}$ indefinit, Sattelp., $\mathbf{H}_f(3, 1) = \begin{pmatrix} 12/9 & 2 \\ 2 & 6 \end{pmatrix}$ positiv definit, lok. Min.

Aufgabe 7: $\frac{df}{dt} = \frac{\partial f}{\partial x}\cdot\frac{dx}{dt} + \frac{\partial f}{\partial y}\cdot\frac{dy}{dt} = (e^y + \frac{y}{x})\cdot\cos(t^2+1)\cdot 2t + (x\cdot e^y + \ln(x))\cdot\frac{1}{3}(2t+1)^{-2/3}\cdot 2$

$f(x, y) = \ln(2x - y^2) - y^2 + 2x - 1, \qquad \frac{dy}{dx}(x, y) = -\frac{f_x(x; y)}{f_y(x; y)}$

$f_x(x, y) = \frac{2}{2x - y^2} + 2, \qquad f_y(x, y) = \frac{-2y}{2x - y^2} - 2y = -y\cdot f_x(x, y) \qquad \frac{dy}{dx}(1, 1) = -\frac{4}{-4} = 1$

Aufgabe 8: Inneres Integral: $[-\frac{9}{y}\cdot x^{-1} - 6\cdot(-2)\cdot x^{-1/2} + x\,]_1^9 = \frac{8}{y}$, Äußeres Integral: $8\cdot[\,\ln(y)\,]_1^e = 8$

Lösungen der Klausur SoSe 2016

Aufgabe 1:

$x_4 = 0{,}1\,x_1 + 2x_5 \quad = 0{,}1\,x_1 + 2 \qquad\qquad = 45$

$x_3 = 2x_4 + 5x_5 \quad = 2x_4 + 5 \qquad\qquad = 95$

$x_2 = 2x_3 + x_4 + 5x_5 = 2x_3 + x_4 + 5$ LGS lösen => $= 240$

$x_1 = x_2 + 2x_3 \qquad\qquad = 430$

Aufgabe 2: (a) $\mathbf{A}^{-1} = \frac{1}{4}\begin{pmatrix} 8 & -4 \\ -5 & 3 \end{pmatrix}$, (b) indefinit, da $|\,\mathbf{B}\,| = -2 < 0$, (c) 9

Aufgabe 3: (a)

BV	x_1	x_2	x_3	u_1	u_2	u_3	u_4	r.S.
u_1	1	0	2	1	0	0	0	20
u_2	0	2	1	0	1	0	0	30
u_3	2	1	0	0	0	1	0	40
u_4	1	1	1	0	0	0	1	29
z	−10	−5	−5	0	0	0	0	0

(b) θ: −, 15, 0, 9; x_2 aufnehmen, u_3 entfällt, Pivotelement: **1**

(c) $x_1 = 20$, $x_2 = 30$, $x_3 = 0$, DB = 600, $F_1 : 10$, $F_2 : 0$, $F_3 : 0$, DB = 580

Aufgabe 4: (a) $K_n = E\cdot q\cdot \dfrac{q^n-1}{q-1} = 100\cdot 1{,}001\cdot\dfrac{1{,}001^{60}-1}{0{,}001} = 6186{,}65$

(b) $K_m = K\cdot e^{\frac{m\cdot p}{100}} = 6186{,}65\cdot e^{\frac{5\cdot(-0{,}8)}{100}} = 5944{,}07$

Aufgabe 5: Kandidaten (1, ∞), (0, 4), (∞, 0), (3, 1), (3, 0), (4, −1);

glob. Min.: (4, −1), kein glob. Max.

Aufgabe 6: (a) $f'(x) = \cos(\,\ln(x^2+1)\,)\cdot\dfrac{2x}{x^2+1}$

$$f''(x) = -\sin(\,\ln(x^2+1)\,)\cdot\frac{2x}{x^2+1}\cdot\frac{2x}{x^2+1} + \cos(\,\ln(x^2+1)\,)\cdot\frac{2(x^2+1)-2x\cdot 2x}{(x^2+1)^2}$$

(b) $f(0) = 0$, $f'(0) = 0$, $f''(0) = 2$

(c) $T_2(x) = f(x_0) + f'(x_0)\cdot(x-x_0) + \frac{1}{2}\cdot f''(x_0)\cdot(x-x_0)^2 = x^2$

Aufgabe 7: (a) $r = 1$, (b) $\varepsilon_{f_x}(x,y) = \dfrac{2x^4}{x^4+2y^4} - \dfrac{2x}{2x+y}$, $\varepsilon_{f_y}(x,y) = \dfrac{4y^4}{x^4+2y^4} - \dfrac{y}{2x+y}$,

(c) $\varepsilon_{f_x}(x_0,y_0)\cdot s\% = 0\cdot 3\% = 0\%$, $\varepsilon_{f_y}(x_0,y_0)\cdot s\% = 1\cdot 3\% = 3\%$ (d) 3% , da $r = 1$

Aufgabe 8: $L_x = 6+\lambda\cdot(2x-6)$, $L_y = 2+\lambda\cdot(2y-4)$, $\mathbf{H}_L = \begin{pmatrix} 2\lambda & 0 & 2x-6 \\ 0 & 2\lambda & 2y-4 \\ 2x-6 & 2y-4 & 0 \end{pmatrix}$; $x = 3(y-1)$

$|\,\mathbf{H}_L(0,1,1)\,| = \left|\begin{pmatrix} 2 & 0 & -6 \\ 0 & 2 & -2 \\ -6 & -2 & 0 \end{pmatrix}\right| = -80$, Min., $|\,\mathbf{H}_L(6,3,-1)\,| = |-\mathbf{H}_L(0,1,1)\,| = 80$, Max.

Lösungen der Klausur WiSe 2016

Aufgabe 1: (b) $\mathbf{K} = \begin{pmatrix} 160 & 220 \\ 140 & 200 \\ 160 & 220 \end{pmatrix}$, (c) $\mathbf{e} = \begin{pmatrix} 150 \\ 150 \end{pmatrix}$, (d) $\mathbf{g} = \begin{pmatrix} 15.000 \\ 21.000 \end{pmatrix}$

Aufgabe 2: (a) $|\,\mathbf{A}\,| = -1$, (b) $\mathbf{A}$ negativ definit, (c) $\mathbf{A}^{-1} = -\begin{pmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 2 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$

Aufgabe 3: (a)

BV	x_1	x_2	x_3	u_1	u_2	u_3	r.S.
u_1	2	1	1	1	0	0	40
u_2	1	1	2	0	1	0	50
u_3	2	2	2	0	0	1	60
z	−2	−1	−3	0	0	0	0

(b) θ: 10, 10/3, −, 3; x_3 aufnehmen, u_4 entfällt, Pivotelement: **3**

(c) $\begin{array}{l} x_1 = 10 \\ x_2 = 0 \\ x_3 = 5 \end{array}$, DB = 340, $\begin{array}{l} F_1 : 0 \\ F_2 : 20, \\ F_3 : 0 \end{array}$ $\begin{array}{l} x_1 = 9 \\ x_2 = 0 \\ x_3 = 7 \end{array}$

Aufgabe 4: (1a) $K_n = K{\cdot}q^n = 20.000 \cdot 1{,}001^{60} = 21.236{,}09$

(1b) $K_n = K{\cdot}q^n + B \cdot \dfrac{q^n - 1}{q - 1} = 20.000 \cdot 1{,}005^5 + 100 \cdot \dfrac{1{,}005^5 - 1}{0{,}005} =$

$20.505{,}03 + 20.000 \cdot (1{,}005^5 - 1) = 20.505{,}03 + 505{,}03 = 21.010{,}06$

(2) $q = \sqrt[n]{\dfrac{K_n}{K}}$, (2a) $p = 1{,}207$; (2b) $p = 0{,}99$

Aufgabe 5: $G(x) = 200 - 2x + 20\sqrt{x}$, $x_0 = 25$, $p_0 = 38$

Aufgabe 6: $f_x(x, y) = 3 + 6y - \dfrac{27}{x}$, $f_y(x, y) = -2 + 6x - \dfrac{16}{y}$, $y = \frac{1}{2}(11 - 3x)$, $\mathbf{H}_f = \begin{pmatrix} 27/x^2 & 6 \\ 6 & 16/y^2 \end{pmatrix}$

$\mathbf{H}_f(1, 4) = \begin{pmatrix} 27 & 6 \\ 6 & 1 \end{pmatrix}$ indefinit, Sattelpunkt; $\mathbf{H}_f(3, 1) = \begin{pmatrix} 3 & 6 \\ 6 & 16 \end{pmatrix}$ positiv definit, lok. Min.

Aufgabe 7: $f(x, y) = 2x^{4/3}y^{2/3}$; (b) $\varepsilon_{f_x}(x, y) = \frac{4}{3}$, $\varepsilon_{f_y}(x, y) = \frac{2}{3}$; (a) $r = 2$; (c) 4% , 2%;

(d) 6,09%

Aufgabe 8: (a) $\dfrac{\mathrm{d}f}{\mathrm{d}t} = \dfrac{\partial f}{\partial x} \cdot \dfrac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} + \dfrac{\partial f}{\partial y} \cdot \dfrac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t}$

$= [2x \cdot \ln(y^2 + 1) + y^3 \cdot \cos(2x+1) \cdot 2] \cdot e^t + [x^2 \cdot \dfrac{2y}{y^2 + 1} + 3y^2 \cdot \sin(2x+1)] \cdot 2^t \cdot \ln(2)$

(b) $f(x, y) = x^2y - xy^2 + 2x - 3y + 1 - 2\ln(x) + 3\ln(y)$,

$\dfrac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x}(x, y) = -\dfrac{f_x(x, y)}{f_y(x, y)} = -\dfrac{2xy - y^2 + 2 - 2/x}{x^2 - 2xy - 3 + 3/y}$, $\dfrac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x}(1, 1) = -\dfrac{f_x(1, 1)}{f_y(1, 1)} = -\dfrac{1}{-1} = 1$

Lösungen der Klausur SoSe 2017

Aufgabe 1: $x_1 = x_3 + 2x_6 = x_3 + 20$
$x_2 = 2x_5 + 2x_7 = 2x_5 + 20$
$x_3 = 2x_4 + 2x_6 + 2x_7 = 2x_4 + 40$
$x_4 = 0{,}1x_1 + 0{,}1x_2 + x_6 + x_7 = 0{,}1x_1 + 0{,}1x_2 + 20$
$x_5 = 3x_4 + x_7 = 3x_4 + 10$
$x_6 = 10$
$x_7 = 10$

LGS lösen => $x_1 = 360$, $x_2 = 940$, $x_3 = 340$, $x_4 = 150$, $x_5 = 460$

Aufgabe 2: (a) $\mathbf{A}^{-1} = \frac{1}{5}\begin{pmatrix} 9 & -4 \\ -10 & 5 \end{pmatrix}$, (b) indefinit, da Hilfsmatrix $\mathbf{B} = \begin{pmatrix} 5 & 7 \\ 7 & 9 \end{pmatrix}$ indefinit, (c) 1

Aufgabe 3: (a)

BV	x_1	x_2	x_3	u_1	u_2	u_3	u_4	r.S.
u_1	0	2	4	1	0	0	0	60
u_2	1	3	3	0	1	0	0	50
u_3	2	4	2	0	0	1	0	40
u_4	3	0	1	0	0	0	1	30
z	−10	−20	−30	0	0	0	0	0

(b) θ: −, 5, −, 10; u_2 aufnehmen, x_1 entfällt, Pivotelement: 2

(c) $\begin{matrix} x_1 = 10 \\ x_2 = 0 \\ x_3 = 30 \end{matrix}$, DB = 400, $\begin{matrix} F_1 : 5 \\ F_2 : 15 \\ F_3 : 0 \\ F_4 : 0 \end{matrix}$, $\begin{matrix} x_1 = 9 \\ x_2 = 0 \\ x_3 = 32 \end{matrix}$

Aufgabe 4: (a) $K_m = K \cdot e^{\frac{m \cdot p}{100}} = 1.127{,}50$, (b) $K_n = D \cdot \dfrac{q^n - 1}{q - 1} = 272{,}08$

(c) $K_n = K \cdot q^n$, $K_n = 1.127{,}50 + 272{,}08 = 1.399{,}58$, $q = 1{,}0576$, $p = 5{,}76$

Aufgabe 5: Kandidaten (2, −∞), (0, −1), (∞, 0), (4, −1), (4, 0), (5, −2);

es gibt kein globales Minimum; (4, 0) globales Maximum

Aufgabe 6: (a) $\varepsilon_x(p) = 3p \cdot (1 - p^2) - \dfrac{p^3}{p^3 + 3}$; $\varepsilon_U(p) = \varepsilon_x(p) + 1$

(b) Nachfrageänderung ca.: $\varepsilon_x(p_0) \cdot s\% = -\dfrac{1}{4} \cdot (-4\%) = 1\%$

Umsatzänderung ca.: $\varepsilon_U(p_0) \cdot s\% = \dfrac{3}{4} \cdot (-4\%) = -3\%$

Aufgabe 7: $L(x, y, \lambda) = 2x + 6y + \lambda \cdot (x^2 + y^2 + 3 - 4x - 6y)$, $L_x = 2 + \lambda \cdot (2x - 4)$, $L_y = 6 + \lambda \cdot (2y - 6)$,

$L_{xx} = 2\lambda$, $L_{xy} = 0$, $L_{x\lambda} = 2x - 4$; $L_{yy} = 2\lambda$, $L_{y\lambda} = 2y - 6$, $\lambda = -\dfrac{2}{2x-4} = -\dfrac{6}{2y-6}$,

$y = 3(x-1)$, krit. Punkte: (1, 0, 1), (3, 6, −1), $|\mathbf{H}_L(1, 0, 1)| = -80$, (1, 0) lokales Minimum von f u.d.N., $|\mathbf{H}_L(3, 6, -1)| = 80$, (3, 6) lokales Maximum von f u.d.N.

Aufgabe 8: $\int_1^4 5 \cdot x^{3/2} \cdot y^{-1/2} - 9 \cdot y^{1/2} \cdot x^{-3/2} \, dx = [\, 5 \cdot x^{5/2} \cdot \tfrac{2}{5} \cdot y^{-1/2} - 9 \cdot y^{1/2} \cdot x^{-1/2} \cdot (-2) \,]_1^4 = 62 \cdot y^{-1/2} - 9 \cdot y^{1/2}$

$\int_4^9 62 \cdot y^{-1/2} - 9 \cdot y^{1/2} \, dy = [\, 62 \cdot y^{1/2} \cdot 2 - 9 \cdot y^{3/2} \cdot \tfrac{2}{3} \,]_4^9 = 10$

Lösungen der Klausur WiSe 2017

Aufgabe 1: $p_i = \dfrac{K_i}{L_i}$, $L_i \cdot p_i = K_i$, $\begin{matrix} L_1 = 50 \\ L_2 = 30 \\ L_3 = 20 \end{matrix}$, $\begin{matrix} K_1 = 150 + 10p_2 + 10p_3 \\ K_2 = 270 + 6p_1 + 6p_3 \\ K_3 = 300 + 4p_1 + 4p_2 \end{matrix}$, $\begin{matrix} 50p_1 = 150 + 10p_2 + 10p_3 \\ 30p_2 = 270 + 6p_1 + 6p_3 \\ 20p_3 = 300 + 4p_1 + 4p_2 \end{matrix}$,

LGS lösen => $p_1 = 10$, $p_2 = 15$, $p_3 = 20$,(b) $H_1 : 300$, $H_2 : 420$

Aufgabe 2: (a) $|\mathbf{A}| = -1$, (b) $+, +, - \;\Rightarrow\; \mathbf{A}$ indefinit, (c) $\mathbf{A}^{-1} = -\begin{pmatrix} 7 & 2 & -4 \\ 2 & 0 & -1 \\ -4 & -1 & 2 \end{pmatrix}$

Aufgabe 3: (a) $\begin{matrix} \theta \\ 110 \\ 80 \\ 60 \\ 120 \end{matrix}$, x_1 aufnehmen, u_3 entfällt,

BV	u_2	u_3	r.S.
u_1	10	−4	100
x_2	4	−1	10
x_1	−6	2	60
u_4	0	−2	60
z	40	20	4600

,

(b) $\begin{matrix} x_1 = 15 \\ x_2 = 0 \\ x_3 = 5 \end{matrix}$, DB = 500, $\begin{matrix} F_1 : 0 \\ F_2 : 0 \\ F_3 : 0 \\ F_4 : 0 \end{matrix}$, $\begin{matrix} x_1 = 16 \\ x_2 = 0 \\ x_3 = 2 \end{matrix}$

Aufgabe 4: (a) $K_n = K\cdot q^n$, $K_n = 2K$, $n = 120$, $q = \sqrt[120]{2\,K / K} = 1{,}00579$, $p = 12\cdot 0{,}579 = 6{,}95$

(b) $K_m = K\cdot e^{\frac{m\cdot p}{100}}$, $K_m = 2\cdot K$, $p = 1$, $m = \dfrac{100}{1}\cdot \ln(2\,K/K) = 69{,}3$ Jahre

(oder $K_m = K/2$, $p = -1$)

Aufgabe 5: (a) $\varepsilon_G(x) = x + \dfrac{x}{2x-5} - \dfrac{4x}{x-6}$, $\varepsilon_g(x) = \varepsilon_G(x) - 1$;

(b) $\varepsilon_G(x_0)\cdot s\,\% = \dfrac{2}{3}\cdot 3\,\% = 2\,\%$, $\varepsilon_g(x_0)\cdot s\,\% = -\dfrac{1}{3}\cdot 3\,\% = -1\,\%$

Aufgabe 6: (a) $T_2(x) = f(x_0) + f'(x_0)\cdot(x - x_0) + \frac{1}{2}\cdot f''(x_0)\cdot(x-x_0)^2$, $f'(x) = (x+1)\cdot e^{x-1}$,
$f''(x) = (x+2)\cdot e^{x-1}$, $f(1) = 1$, $f'(1) = 2$, $f''(1) = 3$, $T_2(x) = \frac{3}{2}x^2 - x + \frac{1}{2}$

(b) $x_{n+1} = x_n - \dfrac{f(x_n)}{f'(x_n)}$, $f'(x) = 3x^2 + 8x + 8$, $x_1 = 0 - \frac{8}{8} = -1$, $x_2 = -1 - \frac{3}{3} = -2$

Aufgabe 7: $f_x(x,y) = 2y - 1 - \dfrac{3}{x}$, $f_y(x,y) = 2x + 2 - \dfrac{8}{y}$, krit. Punkte: (1, 2), (3, 1),

$\mathbf{H}_f(x,y) = \begin{pmatrix} 3/x^2 & 2 \\ 2 & 8/y^2 \end{pmatrix}$, $\mathbf{H}_f(1,2) = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}$ positiv definit, lokales Minimum,

$\mathbf{H}_f(3,1) = \begin{pmatrix} 1/3 & 2 \\ 2 & 8 \end{pmatrix}$ indefinit, Sattelpunkt

Aufgabe 8: (a) $\dfrac{df}{dt} = \dfrac{\partial f}{\partial x}\cdot\dfrac{dx}{dt} + \dfrac{\partial f}{\partial y}\cdot\dfrac{dy}{dt} = [2x\cdot e^{y^2+1} - \sin(2y+1)\cdot\dfrac{2x}{x^2+1}]\cdot \frac{1}{2}(2t+1)^{-1/2}\cdot 2 +$

$+ [x^2\cdot e^{y^2+1}\cdot 2y - \cos(2y+1)\cdot 2\cdot \ln(x^2+1)]\cdot 3\cdot(3t+1)^2\cdot 3$

(b) $f(x,y) = y^5 + 10x + 1 - 4x^3 + 4xy^2 - 12y$, $\dfrac{dy}{dx}(x,y) = -\dfrac{f_x(x,y)}{f_y(x,y)}$,

$f_x(x,y) = 10 - 12x^2 + 4y^2$, $f_y(x,y) = 5y^4 + 8xy - 12$,

$f_x(1,1) = 2$, $f_y(1,1) = 1$, $\dfrac{dy}{dx}(1,1) = -2$

Lösungen der Klausur SoSe 2018

Aufgabe 1: (b) $\mathbf{e} = \mathbf{P}' \cdot \mathbf{s} = \begin{pmatrix} 10 \\ 20 \\ 30 \end{pmatrix}$, (c) $\mathbf{k} = \mathbf{P} \cdot \mathbf{m} = \begin{pmatrix} 20 \\ 30 \\ 40 \end{pmatrix}$, (d) $K = \mathbf{k}' \cdot \mathbf{s} = \mathbf{m}' \cdot \mathbf{e} = 3400$

Aufgabe 2: (a) $\mathbf{A}^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 8 \\ 0 & 1/2 & -2 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$, (b) Hilfsmatrix $\mathbf{B} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 2 & 2 & 2 \\ 0 & 2 & 1 \end{pmatrix}$ indefinit $\Rightarrow$ $\mathbf{A}$ indefinit,

(c) $| 2 \cdot (\mathbf{A}'\mathbf{A})^{-1} | = 2$

Aufgabe 3: (a) $\begin{matrix} \theta \\ 9 \\ 8 \\ 6 \\ 7 \end{matrix}$, x_2 aufnehmen, u_3 entfällt,

BV	u_2	u_3	r.S.
u_1	6	−4	6
x_1	3	−1	1
x_2	−4	2	6
u_4	2	−4	2
z	2	4	52

,

(b) $\begin{matrix} x_1 = 10 \\ x_2 = 5 \\ x_3 = 0 \end{matrix}$, DB = 50, $\begin{matrix} F_1 : 10 \\ F_2 : 5 \\ F_3 : 0 \\ F_4 : 0 \end{matrix}$, $\begin{matrix} x_1 = 9 \\ x_2 = 1 \\ x_3 = 1 \end{matrix}$

Aufgabe 4: (a) $K_n = E \cdot q \cdot \frac{q^n - 1}{q - 1} = 148.684$

(b) $K_n = K \cdot q^n - A \cdot q \cdot \frac{q^n - 1}{q - 1}$, $n = \frac{\ln(S)}{\ln(q)}$, $S = \frac{T}{T - K}$, $T = \frac{A \cdot q}{q - 1}$

(c) $T = 1.000 \cdot 401$, $S = 1{,}59$, $n = 185{,}7$ Monate

Aufgabe 5: $G(x) = 40 - 3x + 8\,x^{3/4}$, $x_0 = 16 = p_0$, $G''(x) < 0 \;\; \forall\, x > 0$, x_0 (p_0) glob. Max.

Aufgabe 6: $\operatorname{grad}_f(x, y) = \begin{pmatrix} 6x^2 + 12y - 12 \\ 6y + 12x - 6 \end{pmatrix}$, $\mathbf{H}_f(x, y) = \begin{pmatrix} 12x & 12 \\ 12 & 6 \end{pmatrix}$, krit. Punkte $(0, 1)$, $(4, -7)$,

$\mathbf{H}_f(0, 1) = \begin{pmatrix} 0 & 12 \\ 12 & 6 \end{pmatrix}$ indefinit, Sattelp., $\mathbf{H}_f(4, -7) = \begin{pmatrix} 48 & 12 \\ 12 & 6 \end{pmatrix}$ positiv def., lok. Min.

Aufgabe 7: (a) f linear homogen (b) $\varepsilon_{f_x}(x, y) = \frac{1}{2} \cdot (5 - \frac{2x}{2x+y})$, $\varepsilon_{f_y}(x, y) = -1 - \frac{1}{2} \cdot \frac{y}{2x+y}$

(c) $\varepsilon_{f_x}(x_0, y_0) \cdot s\% = \frac{13}{6} \cdot 6\% = 13\%$, $\varepsilon_{f_y}(x_0, y_0) \cdot s\% = -\frac{7}{6} \cdot 6\% = -7\%$

(d) $(1 + s\%)^r - 1 = s\% = 6\%$

Aufgabe 8: $\int_0^4 \frac{2}{x} \cdot y^{-1/2} + \frac{1}{e-1} \, dy = [\, \frac{2}{x} \cdot 2 \cdot y^{1/2} + \frac{y}{e-1} \,]_0^4 = \frac{8}{x} + \frac{4}{e-1}$

$\int_1^e \frac{8}{x} + \frac{4}{e-1} \, dx = 4 \cdot [\, 2 \cdot \ln(x) + \frac{x}{e-1} \,]_1^e = 4 \cdot (\, 2 + \frac{e}{e-1} - \frac{1}{e-1} \,) = 12$

Lösungen der Klausur WiSe 2018

Aufgabe 1: $x_1 = 150$, $x_2 = 74$, $x_3 = 38$, $x_4 = 18$

Aufgabe 2: (a) 2, (b) Hilfsmatrix $\mathbf{B} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0{,}5 \\ 1 & 0{,}5 & 1 \end{pmatrix}$ indefinit $\Rightarrow$ $\mathbf{A}$ indefinit, (c) 2

Aufgabe 3: (a) $\begin{matrix} 30 \\ 20 \\ 30 \\ 40 \end{matrix}$, x_1 aufnehmen, u_2 entfällt,

BV	u_2	u_4	r.S.
u_1	−4	10	20
x_1	2	−6	20
u_3	–2	6	10
x_2	−1	4	10
z	5	10	550

,

(b) $\begin{matrix} x_1 = 20 \\ x_2 = 10, \\ x_3 = 0 \end{matrix}$ DB = 340, $\begin{matrix} F_1 : 0 \\ F_2 : 0 \\ F_3 : 5 \end{matrix}$, $\begin{matrix} x_1 = 18 \\ x_2 = 14 \\ x_3 = 0 \end{matrix}$

Aufgabe 4: (a) $K_n = E \cdot q \cdot \dfrac{q^n - 1}{q-1} = 200 \cdot 1{,}004 \cdot \dfrac{1{,}004^{16} - 1}{0{,}004} = 3311$

(b) $K_m = K \cdot e^{\frac{m \cdot p}{100}} = 3311 \cdot e^{\frac{4 \cdot (-1{,}25)}{100}} = 3149{,}52$

Aufgabe 5: Kandidaten $(-\infty, 1)$, $(\infty, 6)$, $(0, 2)$, $(3, 5)$, $(2, 4+\frac{2}{3})$, es gibt keine globalen Extrema

Aufgabe 6: (a) $T_1(x) = f(x_0) + f'(x_0) \cdot (x - x_0) = 1 + 1 \cdot (x - 0) = x + 1$, (b) $\lim\limits_{x \to \infty} x \cdot \sin(\frac{2}{x}) = 2$

Aufgabe 7: (a) $r = 1$, (b) $\varepsilon_{f_x}(x, y) = \frac{1}{2}\left[\dfrac{2x}{2x+y} - \dfrac{3x^3}{x^3+2y^3}\right]$, $\varepsilon_{f_y}(x, y) = 2 + \frac{1}{2}\left[\dfrac{y}{2x+y} - \dfrac{6y^3}{x^3+2y^3}\right]$

(c) $\varepsilon_{f_x}(2, 2) \cdot 6\% = -\frac{1}{6} \cdot 6\% = -1\%$, $\varepsilon_{f_y}(2, 2) \cdot 6\% = \frac{7}{6} \cdot 6\% = 7\%$, (d) um $s\% = 6\%$

Aufgabe 8: $\begin{matrix} L_x = 4x + 1 + \lambda \cdot (2x) \\ L_y = 8y + 2 + \lambda \cdot (4y) \end{matrix}$, $\mathbf{H}_L = \begin{pmatrix} 4 + 2\lambda & 0 & 2x \\ 0 & 8 + 4\lambda & 4y \\ 2x & 4y & 0 \end{pmatrix}$, $\lambda = -\dfrac{4x + 1}{2x} = -\dfrac{8y + 2}{4y}$ => $y = x$

Nebenbed. => krit. Punkte $(2, 2, -\frac{9}{4})$, $(-2, -2, -\frac{7}{4})$,

$|\mathbf{H}_L(2, 2, -\frac{9}{4})| = 48 > 0$, lok. Max., $|\mathbf{H}_L(-2, -2, -\frac{7}{4})| = -48 < 0$, lok. Min.