Maike Buchin
Daniel Pasler
Christoph Ries

4. November 2019

Präsenzaufgaben zur Vorlesung

# Theoretische Informatik

WS 19/20

Blatt 4

**Präsenzaufgabe 4.1**

Betrachte die Sprache $L = \{w \in \Sigma^* \mid w \text{ enthält nicht } 010\}$ über dem Alphabet $\Sigma = \{0, 1\}$. Gib die Nerode-Äquivalenzklassen der Sprache einmal mit Hilfe eines Repräsentanten und einmal als vollständig charakterisierte Menge, sowie die zugehörigen Mengen $\mathrm{Suff}_L(\cdot)$ an. Gib weiter den Zustandsgraphen des zugehörigen Nerode-Automatens an.

**Präsenzaufgabe 4.2**

Betrachte den DFA $M = (Z, \Sigma, \delta, z_0, E)$, wobei $Z = \{z_0, \ldots, z_5\}$, $\Sigma = \{0, 1\}$, $E = \{z_5\}$ und $\delta$ gegeben durch

| $\delta$ | $z_0$ | $z_1$ | $z_2$ | $z_3$ | $z_4$ | $z_5$ | $z_6$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | $z_2$ | $z_3$ | $z_5$ | $z_5$ | $z_5$ | $z_6$ | $z_6$ |
| 1 | $z_1$ | $z_0$ | $z_3$ | $z_4$ | $z_4$ | $z_5$ | $z_6$ |

.

Bestimme den Minimalautomaten zu $M$.

**Präsenzaufgabe 4.3**

Beweise, dass folgende Sprache über dem Alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$ nicht regulär ist:

$$L = \{w \in \Sigma^* \mid \mathrm{kgV}(|w|_a, |w|_b) \leq |w|_c \wedge 1 + \max\{|w|_a, |w|_b\} < |w|_c\}$$

**Präsenzaufgabe 4.4**

Sei $L = \{a^{2k-1}b^{2l} \mid k, l \geq 1\}$. Auf Blatt 1 wurde gezeigt, dass $L$ regulär ist. Gemäß dem Pumping-Lemma kann $L$ also aufgepumpt werden. Finde eine geeignete Wahl von $n$. Gib zu drei Wörtern in $L$, die lang genug sind (mind. $n$ Zeichen), eine Zerlegung an, sodass sie beliebig aufgepumpt werden können.

— Bitte wenden! —

**Präsenzaufgabe 4.5**
Finde den Fehler:
Wir zeigen, dass die Sprache $L = \{a^i b^j \mid i, j \geq 0\}$ nicht regulär ist. Nimm an, dass $L$ regulär ist. Nach dem Pumping-Lemma existiert ein $n > 0$, sodass alle Wörter mit mindestens $n$ Buchstaben für eine Zerlegung beliebig aufgepumpt werden können. Sei $n_0$ ein geeigneter Wert für $n$. Betrachte das Wort

$$x = a^{n_0} b^{n_0}$$

aus $L$. Dieses Wort hat mehr als $n = n_0$ Zeichen und muss daher beliebig aufgepumpt werden können für eine geeignete Zerlegung. Wir zeigen, dass dies allerdings für keine Zerlegung möglich ist. Zerlege dazu das Wort $x$ in drei Teile, wobei die vordersten beiden Teile maximal $n_0$ Zeichen enthalten und das mittlere mindestens ein Zeichen enthält. Egal welche Zerlegung mit dieser Eigenschaft gewählt worden ist, enthält der mittlere Teil mindestens ein $a$ und kein $b$. Verdoppel nun den mittleren Teil, damit verliert das Wort $a^{n_0} b^{n_0}$ seine Struktur, da der vordere Teil mit $a$'s anwächst. $x$ kann also nicht beliebig aufgepumpt werden. Dies widerspricht aber dem Pumping-Lemma.