

Übungen zur Vorlesung
Theoretische Informatik
WS 19/20
Blatt 12

Aufgabe 12.1

Beachte: Ein einfacher Pfad ist ein Pfad, bei dem sich keine Knoten wiederholen. Betrachte die Probleme MAXPATH und MINPATH:

MAXPATH

Eingabe: Ein ungerichteter Graph $G = (V, E)$, zwei Knoten $x, y \in V$, $k \in \mathbb{N}$.

Frage: Existiert in G ein einfacher Pfad von x nach y der Maximallänge k ?

MINPATH

Eingabe: Ein ungerichteter Graph $G = (V, E)$, zwei Knoten $x, y \in V$, $k \in \mathbb{N}$.

Frage: Existiert in G ein einfacher Pfad von x nach y der Mindestlänge k ?

- a) Zeige: MAXPATH $\in P$.
- b) Zeige, dass MINPATH NP-vollständig ist.

Aufgabe 12.2

Betrachte folgendes Problem:

DRITTEL-CLIQUE

Eingabe: Ein ungerichteter Graph G mit n Knoten

Frage: Existiert in G eine Clique aus mindestens $n/3$ Knoten?

Zeige, dass das Problem DRITTEL-CLIQUE NP-hart ist.

Aufgabe 12.3

Betrachte das Problem

SCHNITTDUO

Eingabe: Eine endliche Menge S und Teilmengen $S_1, \dots, S_k \subseteq S$.

Frage: Existiert eine disjunkte Zerlegung von S in zwei Teilmengen A, B (d.h. $S = A \cup B$, $A \cap B = \emptyset$), sodass sowohl A als auch B nicht-leeren Schnitt mit jeder der Mengen S_1, \dots, S_k hat?

Zeige, dass das Problem SCHNITTDUO NP-vollständig ist.

Aufgabe 12.4

Das Problem MINES ist durch das Ein-Personen-Spiel *Minesweeper* inspiriert. Betrachte dazu einen ungerichteten Graphen, bei dem jeder Knoten entweder eine versteckte Mine enthält oder leer ist. Der Spieler wählt einen Knoten aus. Enthält dieser Knoten eine Mine ist das Spiel vorbei. Andernfalls erfährt er, wieviele der benachbarten Knoten mit einer Mine versehen sind. Das Spiel hat man genau dann gewonnen, wenn jeder minenfreie Knoten gefunden worden ist.

Die Eingabe von MINES ist ein ungerichteter Graph G mit n Knoten. k dieser n Knoten sind mit einer Zahl versehen. Ist es nun möglich auf den $n - k$ freien Knoten so Minen und Zahlen zu verteilen, dass bei jedem Knoten, der eine Zahl enthält, diese Zahl die Anzahl der Minen in seiner Nachbarschaft angibt?

Zeige, dass MINES NP-hart ist.