

Übungen zur Vorlesung  
**Theoretische Informatik**  
WS 19/20  
Blatt 3

**Aufgabe 3.1**

Gib für jede der folgenden Sprachen  $L_i$  über dem Alphabet  $\Sigma = \{0, 1, 2\}$  einen regulären Ausdruck  $\alpha_i$  an, welcher  $L(\alpha_i) = L_i$  erfüllt.

a)  $L_1 = \{w \in \Sigma^* \mid |w|_{22} = 0 \wedge (|w|_0 + |w|_1) \equiv 1 \pmod{3}\}$

b)  $L_2 = \{w_1 \dots w_n \in \Sigma^* \mid (\forall i \in [n] : w_i \in \Sigma) \wedge (\forall i \in [n-2] : w_i = w_{i+1} = 0 \Rightarrow w_{i+2} = 1)\}$

*Beachte:* Für  $n \in \mathbb{N}$  gilt  $[n] = \{1, \dots, n\}$ .

**Aufgabe 3.2**

Betrachte den DFA  $M = (Z, \Sigma, \delta, z_1, E)$ , wobei  $Z = \{z_1, z_2, z_3, z_4\}$ ,  $\Sigma = \{0, 1\}$ ,  $E = \{z_3\}$  und

$$\begin{array}{ll} \delta(z_1, 0) = z_1 & \delta(z_1, 1) = z_2 \\ \delta(z_2, 0) = z_3 & \delta(z_2, 1) = z_4 \\ \delta(z_3, 0) = z_4 & \delta(z_3, 1) = z_1 \\ \delta(z_4, 0) = z_4 & \delta(z_4, 1) = z_1 \end{array} .$$

- Zeichne den Zustandsgraphen des Automaten.
- Lies aus dem Graphen reguläre Ausdrücke für die Hilfssprachen  $R_{1,4}^3$ ,  $R_{4,4}^3$ ,  $R_{4,3}^3$  und  $R_{1,3}^3$  ab.
- Berechne mithilfe der oben abgelesenen Hilfssprachen einen regulären Ausdruck für  $T(M)$ .

**Aufgabe 3.3**

Zeige mithilfe des Pumping-Lemmas, dass die Sprache

$$L = \{w = w_1 \dots w_n \in \{0, 1\}^* \mid (\forall i \in [n] : w_i \in \{0, 1\}) \wedge (|w|_1 = \min\{i \mid w_i = 1\})\}$$

nicht regulär ist. Es gelte  $\min \emptyset = 0$ .

*Beachte:* Die Wörter 1, 011, 0101 und 001110 gehören zum Beispiel zu  $L$ .

**Aufgabe 3.4**

Sei  $n \in \mathbb{N}$ . Zeige: Es gibt einen DFA  $M$  über einem Alphabet  $\Sigma$  mit Startzustand  $z_0$  und paarweise verschiedene Wörter  $u_1, \dots, u_n \in \Sigma^n$ , sodass

$$\hat{\delta}(z_0, u_i) \neq \hat{\delta}(z_0, u_j) \quad \forall i \neq j \quad \wedge \quad \text{Suff}_{T(M)}(u_i) = \text{Suff}_{T(M)}(u_j) \quad \forall i \neq j .$$