Hans U. Simon
Daniel Pasler
Christoph Ries

13. Dezember 2017
Abgabe bis 19.12.17 - 12:00 Uhr
Zettelkästen NA02

Übungen zur Vorlesung

Theoretische Informatik

WS 17/18

Blatt 9

Aufgabe 9.1

Zeige, dass die Sprache

$$G = \{w \in \{0,1\}^* \mid w \text{ ist Codewort einer DTM } \}$$

entscheidbar ist. Dabei ist das zu einer Turing–Maschine M assoziierte Codewort w aufgebaut, wie im Skript (Kapitel 2, S. 60–61) beschrieben.

Aufgabe 9.2

a) Ist die Sprache $L_* := \{n \in \mathbb{N} \mid \text{es gibt eine Mersenne-Primzahl } 2^p - 1 \text{ mit } p \geq n\}$ entscheidbar? Weise deine Antwort nach.
Hinweis: Es ist unbekannt, ob es unendlich viele Mersenne-Primzahlen gibt.

b) Zeige ohne Verwendung einer Reduktion, dass folgende Sprache semi–entscheidbar ist: $L = \{w \mid w \in H(M_w) \setminus T(M_w)\}$.

Aufgabe 9.3

Sei L_1 eine entscheidbare Sprache und L_2 eine aufzählbare Sprache. Zeige, dass $L_2 \setminus L_1$ aufzählbar ist.

Aufgabe 9.4

a) Eine Sprache $L \subseteq \Sigma^*$ heiße schwach–entscheidbar, wenn es eine Folge $(M_n)_{n\geq 0}$ von DFAs gibt, sodass $L = \{w \in \Sigma^* \mid w \in T(M_{|w|})\}$. Gib eine vollständige Charakterisierung der schwach–entscheidbaren Sprachen an und weise deren Korrektheit nach.

b) Es sei $Q \subseteq \{0,1\}^*$ eine Sprache, deren Elemente wir *Aussagen* nennen. Zudem gebe es eine berechenbare Funktion $n : Q \to Q$, genannt Negation, die einer Aussage ihre *Verneinung* zuweist. Es gilt dabei: $n(n(q)) = q$. Eine Interpretation $f : Q \to \{0,1\}$ weist jeder Aussage in Q konsistent einen Wahrheitswert zu. *Konsistent* bedeutet hierbei, dass einer Aussage $q \in Q$ genau dann der Wahrheitswert 1 zugeordnet wird, wenn ihrer Negation $n(q)$ der Wahrheitswert 0 zugeordnet wird.
Sei $L_{Q,n,f}$ die Sprache aller Aussagen in Q, die bzgl. der Interpretation f wahr sind.
Kann $L_{Q,n,f}$ semi–entscheidbar, aber unentscheidbar sein? Weise deine Antwort nach.