Maike Gruchot
Stef Sijben

Bochum, den 30. Oktober 2015

# Präsenzaufgaben zur Vorlesung
# Theoretische Informatik
WS 15/16

Blatt 1

**Präsenzaufgabe 1.1**
Vorab einige Fragen.

a) Sei $\Sigma$ ein Alphabet. Was ist der Unterschied zwischen $\Sigma, \Sigma^+, \Sigma^*$ ?

   **Lösung:**

   - $\Sigma$ ist ein Alphabet, d.h. eine endliche nicht-leere Menge von Symbolen.
   - $\Sigma^*$ ist die Menge aller Wörter über $\Sigma$. Ein Wort ist die Konkatenation von Endlich vielen (auch 0) Symbolen aus $\Sigma$.
   - $\Sigma^+$ ist die Menge aller *nicht-leeren* Wörter über $\Sigma$, d.h. $\Sigma^+ = \Sigma^* \setminus \{\varepsilon\}$.

b) Für Grammatiken welchen Typs kann man Syntaxbäume zeichnen?

   **Lösung:** Für kontextfreie Grammatiken.

c) Richtig oder Falsch? Wenn es für eine Grammatik $G$ und ein Wort $w$ nur einen Syntaxbaum gibt, dann kann es trotzdem mehrere Ableitungen dieses Wortes in $G$ geben.

   **Lösung:** Richtig, ein Syntaxbaum repräsentiert nur eine *Links*ableitung, aber wenn man die Reihenfolge der Ableitungsschritte ändert, gibt es auch andere Ableitungen mit dem gleichen Syntaxbaum.

d) Gibt es eine Sprache $L$ über einem beliebigen Alphabet, sodass $\overline{L^*} = (\overline{L})^*$?

   **Lösung:** Nein, für jede Sprache $L$ gilt $\varepsilon \in L^*$, also:

$$\varepsilon \in L^* \qquad\qquad \begin{aligned} &\varepsilon \notin \overline{L^*}, \\ &\varepsilon \in (\overline{L})^* \end{aligned}$$

   und $\overline{L^*} \neq (\overline{L})^*$.

**Präsenzaufgabe 1.2**
Seien $A$, $B$, $C$ Sprachen über $\Sigma = \{a, b, c\}$:

$$A = \{w \in \Sigma^* \mid w \text{ beginnt mit } a\}$$
$$B = \{w \in \Sigma^* \mid |w| = 2\}$$
$$C = \{a, ab, abc\}$$

Gib folgende Sprachen an $\bar{A}$, $BA$, $C^2$, $B \cup C$, $A \cap B$, $C \setminus B$.

**Lösung:**

$$\begin{aligned}
\bar{A} &= \{w \in \Sigma^* \mid w \text{ beginnt } \textit{nicht} \text{ mit } a\} \\
BA &= \{w \in \Sigma^* \mid \text{das 3. Symbol von } w \text{ ist } a\} \\
C^2 &= \{aa, aab, aabc, aba, abab, ababc, abca, abcab, abcabc\} \\
B \cup C &= \{aa, ab, ac, ba, bb, bc, ca, cb, cc, a, abc\} \\
A \cap B &= \{w \in \Sigma^* \mid w \text{ beginnt mit } a \wedge |w| = 2\} && = \{aa, ab, ac\} \\
C \setminus B &= \{w \in C \mid |w| \neq 2\} && = \{a, abc\}
\end{aligned}$$

**Präsenzaufgabe 1.3**
Sei $\Sigma = \{a, b, c\}$. Bestimme eine Grammatik für folgende Sprachen. Was ist der höchste Typ dem die Sprache angehört?

a) $L = \Sigma^*$ regulär

$$S \to aS \mid bS \mid cS \mid a \mid b \mid c \mid \varepsilon$$

b) $L = \{a^n \mid n \geq 1\}$ regulär

$$S \to aS \mid a$$

c) $L = \{awa \mid w \in \Sigma^*\}$ regulär

$$\begin{aligned}
S &\to aW \\
W &\to aW \mid bW \mid a
\end{aligned}$$

d) $L = \{w \mid |w|_a = |w|_b\}$ kontextfrei

$$S \to SaSbS \mid SbSaS \mid cS \mid \varepsilon$$

e) $L = \{w_1 a w_2 | w_1, w_2 \in \{b, c\}^* \text{ und } |w_1| = |w_2|\}$ kontextfrei

$$\begin{aligned}
S &\to XSX \\
X &\to b \mid c
\end{aligned}$$

f) $L = \{a^n b^n c^n | n \geq 0\}$ kontextsensitiv

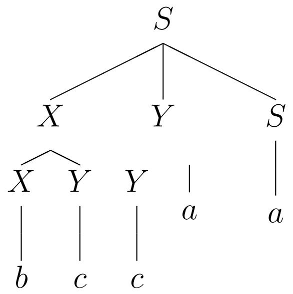
$$\begin{aligned}
S &\to S' \mid \varepsilon & S' &\to aS'Bc \mid abc \\
cB &\to Bc & bB &\to bb
\end{aligned}$$

**Präsenzaufgabe 1.4**
Gegeben sei folgende kontextfreie Grammatik mit $V = \{S, X, Y\}$, $\Sigma = \{a, b, c\}$ und Regeln

$$
\begin{aligned}
S &\to XYS|XX|a \\
X &\to XY|b \\
Y &\to Ya|c
\end{aligned}
$$

a) Zeichne einen Syntaxbaum zu dem Wort $bccaa$

**Lösung:**



b) Finde zwei unterschiedliche Syntaxbäume zu dem Wort $bcbca$

**Lösung:**