

Übungen zur Vorlesung  
**Theoretische Informatik**  
WS 15/16  
Blatt 12

**Bitte beachte den abweichenden Abgabetermin!**

**In Aufgabe 12.1 werden folgenden Probleme benutzt:**

INDEPENDENT SET: Unabhängige Mengen.

**Eingabe:** Ein ungerichteter Graph  $G = (V, E)$  und eine natürliche Zahl  $k \leq |V|$ .

**Frage:** Existiert in  $G$  eine unabhängige Menge der Größe mindestens  $k$ , d.h. eine Menge  $U \subseteq V$  mit  $|U| \geq k$ , deren Knoten paarweise in  $G$  nicht benachbart sind?

VERTEX COVER: Überdeckung mit Knoten.

**Eingabe:** Ein ungerichteter Graph  $G = (V, E)$  und eine natürliche Zahl  $k \leq |V|$ .

**Frage:** Existiert in  $G$  ein „Vertex Cover“ (Knotenüberdeckungsmenge) der Größe höchstens  $k$ , d.h., eine Menge  $C \subseteq V$  mit  $|C| \leq k$ , die von jeder Kante aus  $E$  mindestens einen Randknoten enthält?

3-COLORABILITY: Färbbarkeit mit 3 Farben.

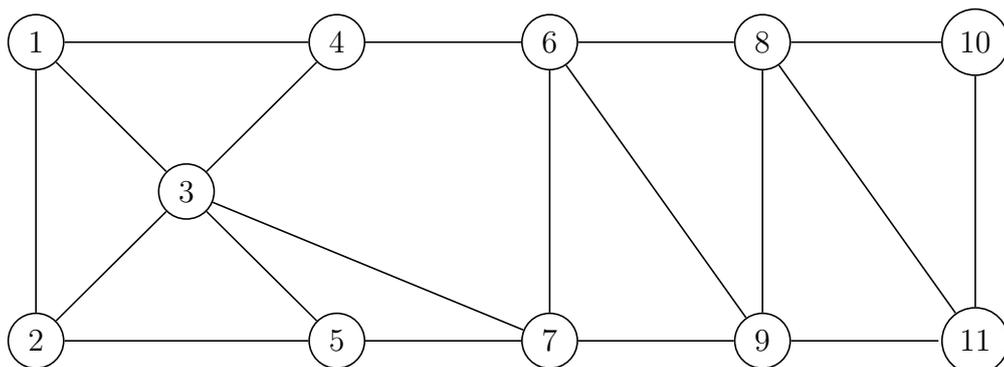
**Eingabe:** Ein ungerichteter Graph  $G = (V, E)$ .

**Frage:** Gibt es eine Färbung der Knoten in  $V$  mit 3 verschiedenen Farben, so dass keine zwei benachbarten Knoten in  $G$  dieselbe Farbe haben?

**Aufgabe 12.1**

Gegeben seien der Graph  $G$  (siehe Abbildung) und die Zahl  $k = 7$ . Entscheide für die folgenden Graphenprobleme, ob sie eine Lösung haben. Begründe Deine Behauptung.

- 3-COLORABILITY mit Eingabe  $G$ .
- VERTEX COVER mit Eingabe  $G, k$ .
- INDEPENDENT SET mit Eingabe  $G, k$ .



### Aufgabe 12.2

Eine Horn-Formel ist eine logische Formel in konjunktiver Normalform, wobei jede Klausel maximal eine unnegierte Variable enthält.

Zeige, dass die Erfüllbarkeit von Horn-Formeln in polynomieller Zeit entscheidbar ist.

### Aufgabe 12.3

Das Problem DSAT ist wie folgt beschrieben:

**Eingabe:** Eine CNF-Formel mit  $n$  Literalen

**Frage:** Hat die gegebene CNF-Formel mindestens zwei Lösungen?

Zeige, dass das Problem DSAT  $\mathcal{NP}$ -vollständig ist.

### Aufgabe 12.4

Zeige, dass das Problem FEEDBACK VERTEX SET  $\mathcal{NP}$ -hart ist.

**Eingabe:** Ein gerichteter Graph  $G = (V, E)$  und eine Zahl  $k \in \mathbb{N}$

**Frage:** Gibt es eine Teilmenge  $V' \subset V$  mit  $|V'| = k$ , sodass  $V'$  mindestens einen Knoten von jedem gerichteten Zyklus in  $G$  enthält?