

Lösungen für Präsenzaufgaben 6.2c und 6.3

Theoretische Informatik

WS 14/15

Blatt 6

Präsenzaufgabe 6.2

Sei $\Sigma = \{a, b\}$. Gib für die folgenden Sprachen jeweils einen PDA an, der die Sprache erkennt.

c) $L_3 = \{a^{n+2m}b^{m+2n} \mid n, m \geq 0\}$

Lösung:

$M = (Z = \{z_{an}, z_{am_1}, z_{am_2}, z_{bm}, z_{bn}\}, \Sigma, \Gamma = \{n, m, \#\}, \delta, z_{an}, \#)$, mit δ gegeben durch

$z_{an}\# \xrightarrow{a} z_{an}nn\#$	$z_{am_1}\# \xrightarrow{\varepsilon} z_{bm}\#$	$z_{bm}m \xrightarrow{b} z_{bm}\varepsilon$
$z_{an}n \xrightarrow{a} z_{an}nnn$	$z_{am_1}n \xrightarrow{\varepsilon} z_{bm}n$	$z_{bm}n \xrightarrow{\varepsilon} z_{bn}n$
$z_{an}\# \xrightarrow{\varepsilon} z_{am_1}\#$	$z_{am_1}m \xrightarrow{\varepsilon} z_{bm}m$	$z_{bm}\# \xrightarrow{\varepsilon} z_{bn}\varepsilon$
$z_{an}n \xrightarrow{\varepsilon} z_{am_1}n$		$z_{bn}n \xrightarrow{b} z_{bn}\varepsilon$
$z_{am_1}\# \xrightarrow{a} z_{am_2}m\#$		$z_{bn}\# \xrightarrow{\varepsilon} z_{bn}\varepsilon$
$z_{am_1}n \xrightarrow{a} z_{am_2}mn$		
$z_{am_1}m \xrightarrow{a} z_{am_2}mm$		
$z_{am_2}m \xrightarrow{a} z_{am_1}m$		

Präsenzaufgabe 6.3

Gegeben sei folgende Grammatik über dem Alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ mit $V = \{S, X, Y\}$, Startvariable S und Regeln

$$\begin{aligned}
 S &\rightarrow bSY \mid aXX \\
 X &\rightarrow aYS \mid bXY \mid a \\
 Y &\rightarrow bXS \mid b
 \end{aligned}$$

a) Konstruiere für diese Grammatik den zugehörigen PDA mit Hilfe des Beweises des Satzes über die Äquivalenz von PDA und kontextfreier Grammatik.

Lösung: $M = (\{z\}, \Sigma, \Gamma = V \cup \Sigma, \delta, z, S)$ mit δ gegeben durch

$zS \xrightarrow{b} zSY$	$zX \xrightarrow{a} zYS$	$zY \xrightarrow{b} zXS$
$zS \xrightarrow{a} zXX$	$zX \xrightarrow{b} zXY$	$zY \xrightarrow{b} z\varepsilon$
	$zX \xrightarrow{a} z\varepsilon$	

b) Finde eine Linksableitung für das Wort *abbaba*.

Lösung:

$S \Rightarrow aXX \Rightarrow abXYX \Rightarrow abbXYX \Rightarrow abbaYYX \Rightarrow abbabYX \Rightarrow abbabbX \Rightarrow abbabba$

c) Zeige durch Angabe einer Konfigurationenfolge, dass das Wort *abbaba* auch zur Sprache des PDA gehört.

Lösung:

$(z, abbabba, S) \vdash (z, bbabba, XX) \vdash (z, babba, XYX) \vdash (z, abba, XYYX) \vdash (z, bba, YYX) \vdash (z, ba, YX) \vdash (z, a, X) \vdash (z, \varepsilon, \varepsilon)$