

Präsenzaufgaben zur Vorlesung

Theoretische Informatik

WS 14/15

Blatt 1

Präsenzaufgabe 1.1

Vorab einige Fragen.

- a) Sei Σ ein Alphabet. Was ist der Unterschied zwischen $\Sigma, \Sigma^+, \Sigma^*$?

Lösung:

- Σ ist ein Alphabet, d.h. eine endliche nicht-leere Menge von Symbolen.
- Σ^* ist die Menge aller Wörter über Σ . Ein Wort ist die Konkatenation von Endlich vielen (auch 0) Symbolen aus Σ .
- Σ^+ ist die Menge aller *nicht-leeren* Wörter über Σ , d.h. $\Sigma^+ = \Sigma^* \setminus \{\varepsilon\}$.

- b) Für Grammatiken welchen Typs kann man Syntaxbäume zeichnen?

Lösung: Für kontextfreie Grammatiken.

- c) Richtig oder Falsch? Wenn es für eine Grammatik G und ein Wort w nur einen Syntaxbaum gibt, dann kann es trotzdem mehrere Ableitungen dieses Wortes in G geben.

Lösung: Richtig, ein Syntaxbaum repräsentiert nur eine *Linksableitung*, aber wenn man die Reihenfolge der Ableitungsschritte ändert, gibt es auch andere Ableitungen mit dem gleichen Syntaxbaum.

Präsenzaufgabe 1.2

Seien A, B, C Sprachen über $\Sigma = \{a, b, c\}$:

$$A = \{w \in \Sigma^* \mid w \text{ beginnt mit } a\}$$

$$B = \{w \in \Sigma^* \mid |w| = 2\}$$

$$C = \{a, ab, abc\}$$

Gib folgende Sprachen an $\bar{A}, BA, C^2, B \cup C, A \cap B, C \setminus B$.

Lösung:

$$\bar{A} = \{w \in \Sigma^* \mid w \text{ beginnt nicht mit } a\}$$

$$BA = \{w \in \Sigma^* \mid \text{das 3. Symbol von } w \text{ ist } a\}$$

$$C^2 = \{aa, aab, aabc, aba, abab, ababc, abca, abcab, abcabc\}$$

$$B \cup C = \{aa, ab, ac, ba, bb, bc, ca, cb, cc, a, abc\}$$

$$A \cap B = \{w \in \Sigma^* \mid w \text{ beginnt mit } a \wedge |w| = 2\} = \{aa, ab, ac\}$$

$$C \setminus B = \{w \in C \mid |w| \neq 2\} = \{a, abc\}$$

Präsenzaufgabe 1.3

Sei $\Sigma = \{a, b, c\}$. Bestimme eine Grammatik für folgende Sprachen. Was ist der höchste Typ dem die Sprache angehört?

a) $L = \Sigma^*$ regulär

$$S \rightarrow aS \mid bS \mid cS \mid a \mid b \mid c \mid \varepsilon$$

b) $L = \{a^n \mid n \geq 1\}$ regulär

$$S \rightarrow aS \mid a$$

c) $L = \{awa \mid w \in \Sigma^*\}$ regulär

$$\begin{aligned} S &\rightarrow aW \\ W &\rightarrow aW \mid bW \mid a \end{aligned}$$

d) $L = \{w \mid |w|_a = |w|_b\}$ kontextfrei

$$S \rightarrow SaSbS \mid SbSaS \mid cS \mid \varepsilon$$

e) $L = \{w_1aw_2 \mid w_1, w_2 \in \{b, c\}^* \text{ und } |w_1| = |w_2|\}$ kontextfrei

$$\begin{aligned} S &\rightarrow XSX \\ X &\rightarrow b \mid c \end{aligned}$$

f) $L = \{a^n b^n c^n \mid n \geq 0\}$ kontextsensitiv

$$\begin{aligned} S &\rightarrow aSBc\varepsilon \\ cB &\rightarrow Bc \\ aB &\rightarrow ab \\ bB &\rightarrow bb \end{aligned}$$

Präsenzaufgabe 1.4

Gegeben sei folgende kontextfreie Grammatik mit $V = \{S, X, Y\}$, $\Sigma = \{a, b, c\}$ und Regeln

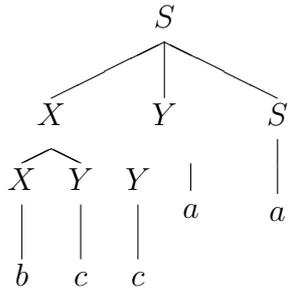
$$S \rightarrow XYS|XX|a$$

$$X \rightarrow XY|b$$

$$Y \rightarrow Ya|c$$

- a) Zeichne einen Syntaxbaum zu dem Wort *bccaa*

Lösung:



- b) Finde zwei unterschiedliche Syntaxbäume zu dem Wort *bcbca*

Lösung:

