Maike Buchin
Christoph Ries
Stef Sijben

Bochum, den 12. Januar 2015
Abgabe bis 21.01.15 - 10:00 Uhr

Übungen zur Vorlesung

Theoretische Informatik

WS 14/15

Blatt 12

Aufgabe 12.1
Betrachte folgende Mengen. Sind sie entscheidbar? Begründe deine Behauptung.

a) $L_1 := \{n \in \mathbb{N} \mid$ es gibt einen Primzahlzwilling $p-1, p+1$ mit $p \geq n\}$
Hinweis: Es ist unbekannt, ob es unendlich viele Primzahlzwillinge gibt.

b) $L_2 := \{w \mid M_w$ berechnet $\chi_{H_0}\}$

c) $L_3 := \{w \mid T(M_w) = H(M_w)\}$

Aufgabe 12.2

a) Seien L_1 und L_2 zwei Sprachen. Zeige, dass gilt $L_1 \leq L_2 \Leftrightarrow \overline{L_1} \leq \overline{L_2}$.

b) Seien $L_1, L_2 \subsetneq \Sigma^*$ zwei entscheidbare Sprachen mit $L_1, L_2 \neq \emptyset$.
Zeige, dass sie sich aufeinander reduzieren lassen.

Aufgabe 12.3
Eine Sprache $L \subset \Sigma^*$ heißt geordnet rekursiv aufzählbar, falls L endlich ist oder falls eine total berechenbare Funktion $f : \mathbb{N} \to \Sigma^*$ existiert, sodass

$$L = \{f(0), f(1), f(2), ...\}$$

und für alle $i \in \mathbb{N}$ gilt, dass $f(i)$ längenlexikographisch vor $f(i+1)$ kommt.
Beweise:

$$L \text{ ist entscheidbar} \Leftrightarrow L \text{ ist geordnet rekursiv aufzählbar}$$

Aufgabe 12.4
Reduziere das Komplement des Halteproblems auf leerem Band

$$\overline{H_0} = \{w | \epsilon \notin H(M_w)\}$$

auf das Problem

$$L_1 = \{w : |T(M_w)| = 1\}.$$

Weise so nach, dass es nicht semi-entscheidbar ist.