Stef Sijben Bochum, den 24. Januar 2014

Präsenzaufgaben zur Vorlesung

Theoretische Informatik

WS 13/14

Blatt 13

Hinweis: Die Probleme die in diesem Blatt benutzt werden, sind auf der Rückseite definiert.

Präsenzaufgabe 13.1
Gegeben seien folgende Mengen

$$M_1 = \{1, 2, 3, 6\} \quad M_2 = \{1, 5, 7\} \quad M_3 = \{2, 6\} \quad M_4 = \{4, 6\} \quad M_5 = \{2, 3, 4\}$$

und die Zahl $k = 3$. Bestimme für die folgenden Probleme, ob sie bezüglich obiger Eingabe eine Lösung haben. Begründe Deine Behauptung.

a) HITTING SET

b) SET COVER

Präsenzaufgabe 13.2
Führe eine polynomielle Reduktion von VERTEX COVER auf HITTING SET durch um zu zeigen, dass HITTING SET NP-hart ist.

Präsenzaufgabe 13.3
Führe eine polynomielle Reduktion von HITTING SET auf SET COVER durch um zu zeigen, dass SET COVER NP-hart ist.

HITTING SET: Auffinden eines Repräsentantensystems.
Eingabe: eine Kollektion $M_1, M_2, \ldots, M_m$ endlicher Mengen und eine natürliche Zahl $k \leq m$.
Frage: Gibt es für diese Mengen ein Repräsentantensystem der Größe höchstens k, d.h., eine Menge R mit $|R| \leq k$, die von jeder der Mengen $M_1, M_2, \ldots, M_m$ mindestens ein Element enthält?

SET COVER: Mengenüberdeckung.
Eingabe: eine Kollektion $M_1, M_2, \ldots, M_m$ endlicher Mengen und eine natürliche Zahl $k \leq m$.
Frage: Gibt es eine Auswahl von höchstens k dieser Mengen, deren Vereinigung mit der Vereinigung aller Mengen u“bereinstimmt, d.h., existiert eine Indexmenge $I \subseteq \{1, \ldots, m\}$ mit $|I| \leq k$ und

$$\bigcup_{i \in I} M_i = \bigcup_{i=1}^{m} M_i?$$

CLIQUE: Cliquenproblem.
Eingabe: Ein ungerichteter Graph $G = (V, E)$ und eine natürliche Zahl $k \leq |V|$.
Frage: Existiert in G eine Clique der Größe mindestens k, d.h., eine Menge $C \subseteq V$ mit $|C| \geq k$, deren Knoten paarweise in G benachbart sind?

INDEPENDENT SET: Unabhängige Mengen.
Eingabe: Ein ungerichteter Graph $G = (V, E)$ und eine natürliche Zahl $k \leq |V|$.
Frage: Existiert in G eine unabhängige Menge der Größe mindestens k, d.h., eine Menge $U \subseteq V$ mit $|U| \geq k$, deren Knoten paarweise in G nicht benachbart sind?

VERTEX COVER: Überdeckung mit Knoten.
Eingabe: Ein ungerichteter Graph $G = (V, E)$ und eine natürliche Zahl $k \leq |V|$.
Frage: Existiert in G ein „Vertex Cover (Knotenüberdeckungsmenge)“ der Größe höchstens k, d.h., eine Menge $C \subseteq V$ mit $|C| \leq k$, die von jeder Kante aus E mindestens einen Randknoten enthält?