Maike Buchin
Stef Sijben

Bochum, den 24. Januar 2014
Abgabe bis 03.02.14 - 08:30

Übungen zur Vorlesung

Theoretische Informatik

WS 13/14

Blatt 13

Empfehlung: Beispiele für polynomielle Reduktionen werden in der Vorlesung am 27.1.2014 und in den Übungen gezeigt.
Hinweis: Du kannst annehmen, dass die Probleme auf Seiten 156–158 im Buch NP-hart sind.

Aufgabe 13.1
Das Problem LONGEST PATH ist wie folgt beschrieben.

Eingabe: Ein ungerichteter Graph $G = (V, E)$, zwei Knoten $s, t \in V$ und eine natürliche Zahl $k \leq |V|$.
Frage: Gibt es einen Pfad von s nach t in G der Länge $\geq k$ ohne eine Knote zweimal zu besuchen? Das heißt, gibt es eine Knotenfolge $(p_0, p_1, \dots, p_\ell) \in V^{\ell+1}$ mit

- $\ell \geq k$,
- $p_0 = s$ und $p_\ell = t$,
- $i \neq j \Rightarrow p_i \neq p_j$,
- Für alle $i \in 1, \dots, \ell$ ist $(p_{i-1}, p_i) \in E$?

Zeige, dass LONGEST PATH NP-hart ist.

In Aufgaben 13.2 und 13.3 werden folgenden Probleme benutzt:

INDEPENDENT SET: Unabhängige Mengen.
Eingabe: Ein ungerichteter Graph $G = (V, E)$ und eine natürliche Zahl $k \leq |V|$.
Frage: Existiert in G eine unabhängige Menge der Größe mindestens k, d.h., eine Menge $U \subseteq V$ mit $|U| \geq k$, deren Knoten paarweise in G nicht benachbart sind?

VERTEX COVER: Überdeckung mit Knoten.
Eingabe: Ein ungerichteter Graph $G = (V, E)$ und eine natürliche Zahl $k \leq |V|$.
Frage: Existiert in G ein „Vertex Cover (Knotenüberdeckungsmenge)“ der Größe höchstens k, d.h., eine Menge $C \subseteq V$ mit $|C| \leq k$, die von jeder Kante aus E mindestens einen Randknoten enthält?

3-COLORABILITY: Färbbarkeit mit 3 Farben.
Eingabe: Ein ungerichteter Graph $G = (V, E)$.
Frage: Gibt es eine Färbung der Knoten in V mit 3 verschiedenen Farben, so dass keine zwei benachbarten Knoten in G dieselbe Farbe haben?

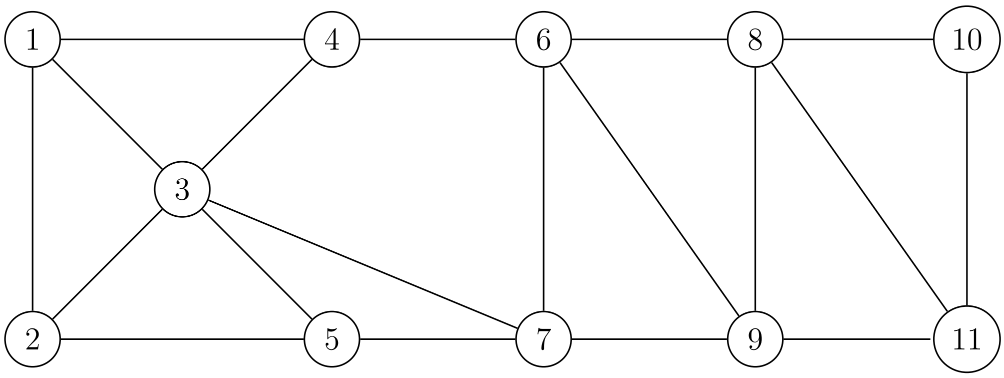
Aufgabe 13.2
Zeige, dass VERTEX COVER und INDEPENDENT SET in Polynomiellzeit auf einander reduzierbar sind.
Hinweis: Der Graph G kann bei den Reduktionen ungeändert bleiben.

Aufgabe 13.3
Gegeben seien der Graph G (siehe Abbildung) und die Zahl $k = 7$. Entscheide für die folgenden Graphenprobleme, ob sie eine Lösung haben. Begründe Deine Behauptung.

a) 3-COLORABILITY mit Eingabe G.

b) VERTEX COVER mit Eingabe G, k.

c) INDEPENDENT SET mit Eingabe G, k.



Aufgabe 13.4
0-1-KNAPSACK ist wie folgt definiert:

Eingabe: n Gewichte $w_1, \ldots, w_n \in \mathbb{N}$, n Werte $v_1, \ldots, v_n \in \mathbb{N}$, ein Höchstgewicht $W \in \mathbb{N}$ und ein Mindestwert $V \in \mathbb{N}$.
Frage: Gibt es eine Teilmenge $I \subseteq \{1, 2, \ldots, n\}$ mit $\sum_{i \in I} w_i \leq W$ und $\sum_{i \in I} v_i \geq V$?

Zeige, dass 0-1-KNAPSACK NP-vollständig ist.

Erinnerung:
Die **Klausur** zur Veranstaltung „Theoretische Informatik“ findet am **13.2.2014** statt. Denkt daran Euch rechtzeitig beim Prüfungsamt der eigenen Fakultät nach den dort geltenden Regeln und Fristen zur Klausur anzumelden.
Alle Studierenden die das Fach im Optionalbereich belegen melden sich bitte zusätzlich bei Stef Sijben an.

Für die Studierenden, die „Theoretische Informatik“ im Hauptfach des B.Sc. in der Mathematik belegen, wird im Anschluss an das Wintersemester 13/14 zu folgenden Terminen eine **mündliche Prüfung** angeboten am **12.02.2014** und **03.04.2014**.

Anmeldungen zur mündlichen Prüfung müssen von allen Studierenden via VSPL vorgenommen werden, sonst können keine Leistungsnachweise ausgestellt werden. Die Anmeldung

muss mindestens zwei Wochen vor der jeweiligen Prüfung erfolgen. Ein Rücktritt von einer angemeldeten Prüfung muss mindestens drei Tage vor der Prüfung in schriftlicher Form ohne Angabe von Gründen im Prüfungsamt (NA 02/73) erfolgen.
Vor der Anmeldung über VSPL lassen Sie sich bitte einen Termin mit Uhrzeit von Stef Sijben geben.

Info:
Die Korrektur von Blatt 13 kann ab dem 07.02.2014 um 13:00 Uhr bei Stef Sijben (NA 1/74) abgeholt werden.