Maike Buchin
Stef Sijben

Bochum, den 20. Dezember 2013
Abgabe bis 13.01.14 - 08:30

Übungen zur Vorlesung

Theoretische Informatik

WS 13/14

Blatt 10

Aufgabe 10.1
Wandle mittels des Verfahrens aus der Vorlesung folgendes GOTO-Programm in ein WHILE-Programm um.

$M_1 : z := 0;$
$M_2 : y := 1;$
$M_3 : x := y;$
$M_4 :$ IF $x = n$ THEN GOTO M_8;
$M_5 : y := z + x;$
$M_6 : z := x + 0;$
$M_7 :$ GOTO M_3;
$M_8 :$ HALT

Eingabe: n, Ausgabe: x.

Aufgabe 10.2
In dieser Aufgabe betrachten wir die erste Phase der Simulation von Turing-Maschinen durch GOTO-Programme (siehe Buch S. 98-100).

Sei $k = 2$, $\Sigma = \{0, 1, \#\}$ und $\Gamma = \{0, 1, \#, \Box\}$. Das heißt $b = |\Gamma| + 1 = 5$. Wir verwenden folgende Zahlenkodierung für die Elemente aus Γ: Code(0) = 1, Code(1) = 2, Code(#) = 3, Code($\Box$) = 4. Der Startzustand z_0 habe den Zahlencode 0.

a) Sei $n_1 = 5$ und $n_2 = 2$. Das heißt, die Startkonfiguration der Turing-Maschine ist also $z_0 101\#10$. Bestimme das Zahlentrippel (x, y, z).

b) Schreibe ein GOTO-Programm, das die Phase 1 umsetzt. Das heißt, das Programm erzeugt bei der Eingabe von n_1 und n_2 das zur Start-Konfiguration $z_0\,\mathrm{bin}(n_1)\#\,\mathrm{bin}(n_2)$ passende Zahlentrippel (x, y, z).

Aufgabe 10.3
Betrachte folgenden Sprachen. Sind sie entscheidbar? Begründe Deine Behauptung.

a) $L_1 := \{n \in \mathbb{N} \mid \text{es gibt eine Mersenne-Primzahl } 2^p - 1 \text{ mit } p \geq n\}$
Hinweis: Es ist unbekannt ob es unendlich viele Mersenne-Primzahlen gibt.

b) $L_2 := \{w \mid M_w \text{ berechnet } \chi'_D\}$, wobei D die Diagonalsprache aus der Vorlesung ist.

c) $L_3 := \{w \mid T(M_w) = \emptyset\}$

Aufgabe 10.4
Sei L_1 eine rekursive Sprache und L_2 eine rekursiv aufzählbare Sprache. Zeige, dass $L_2 \setminus L_1$ rekursiv aufzählbar ist.