Maike Buchin
Stef Sijben

Bochum, den 6. Dezember 2013
Abgabe bis 9.12.13 - 8:30

Übungen zur Vorlesung

Theoretische Informatik

WS 13/14

Blatt 7

Aufgabe 7.1
Zu der Sprache $L = \{w \in \{a,b\}^* \mid |w|_a \neq |w|_b\}$ über dem Alphabet $\Sigma = \{a,b\}$ sei folgender DPDA gegeben.

$$
\begin{aligned}
Z &= \{z_0, z_a, z_b\} \\
z_0 &= \text{Startzustand} \\
\Sigma &= \{a, b\} \\
\Gamma &= \{\#, a, A, b, B\} \\
E &= \{z_a, z_b\}
\end{aligned}
$$

Dazu gibt es folgende Transitionen.

$z_0\# \xrightarrow{a} z_aA\#$	$z_aA \xrightarrow{a} z_aaA$	$z_bB \xrightarrow{b} z_bbB$
$z_0\# \xrightarrow{b} z_bB\#$	$z_aa \xrightarrow{a} z_aaa$	$z_bb \xrightarrow{b} z_bbb$
	$z_aa \xrightarrow{b} z_a\varepsilon$	$z_bb \xrightarrow{a} z_b\varepsilon$
	$z_aA \xrightarrow{b} z_0\varepsilon$	$z_bB \xrightarrow{a} z_0\varepsilon$

a) Zeichne den Zustandsgraphen des DPDAs.

b) Ermittle für die Wörter ab, baa und a^2b^4 die Rechnung in Form einer Konfigurationsfolge und gib jeweils an, ob das Wort akzeptiert wird.

Aufgabe 7.2
Gib für folgende Sprache über dem Alphabet $\{a, b, \$\}$ einen DPDA an, der die Sprache erkennt.

$$L = \{w\$x \mid w, x \in \{a,b\}^* \text{ und } |w|_{aa} = |x|_{ba}\}$$

Beschreibe kurz die Arbeitsweise deines DPDAs.
Bemerkung: Das Wort aaa enthält aa zweimal.

Aufgabe 7.3
Betrachte folgende kontextfreie Grammatik G über dem Alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$ mit den Variablen $V = \{S, A, B, C, D, E, F, G\}$, wobei S die Startvariable ist:

$$\begin{array}{ll} S \to AG|BF|b & D \to DF|FF \\ A \to GG|a & E \to BA|CE \\ B \to DB|FD & F \to BD \\ C \to EA|SC|c & G \to c \end{array}$$

Säubere die Grammatik G von allen nutzlosen Variablen und beantworte dann folgende Fragen (verwende dazu die Methoden aus der Vorlesung):

(a) Ist $L(G)$ leer?

(b) Ist $L(G)$ eine endliche Sprache?

Aufgabe 7.4
Gegeben ist die Turingtafel eines nicht deterministisch arbeitenden LBA, der die Sprache $L = \{ww|w \in \{0, 1\}^+\}$ erkennt.

$$\begin{aligned} \Sigma &= \{0, 1, \hat{0}, \hat{1}\} \\ \Gamma &= \{0, 1, \hat{0}, \hat{1}, \bar{0}, \bar{1}, \Box\} \\ Z &= \{m_0, m_1, v^0, v^1, z_0, z_1, t^0, t^1, z_e\} \\ m_0 &= \text{Startzustand} \\ E &= \{z_e\} \end{aligned}$$

δ	0	1	$\hat{0}$	$\hat{1}$	$\bar{0}$	$\bar{1}$	$\Box$
m_0	$(m_1, \hat{0}, R)$	$(m_1, \hat{1}, R)$					
m_1	$(m_1, \bar{0}, R)$, $(v^0, \Box, R)$	$(m_1, \bar{1}, R)$ $(v^1, \Box, R)$	$(t^0, \hat{0}, L)$	$(t^1, \hat{1}, L)$			
v^0	$\rightarrow$	$\rightarrow$	$(z_0, \hat{0}, L)$				$\rightarrow$
v^1	$\rightarrow$	$\rightarrow$		$(z_0, \hat{1}, L)$			$\rightarrow$
z_0	$(z_1, \hat{0}, L)$	$(z_1, \hat{1}, L)$					
z_1	$\leftarrow$	$\leftarrow$	$(t^0, \Box, R)$	$(t^1, \Box, R)$	$(v^0, \Box, R)$	$(v^1, \Box, R)$	$\leftarrow$
t^0			$(z_e, \hat{0}, N)$				$\rightarrow$
t^1				$(z_e, \hat{1}, N)$			$\rightarrow$

Der Übersichtlichkeit halber, wurden Rechenschritte der Turingmaschine, welche Zustand und Bandeintrag gleich lassen mit einem Pfeil $\rightarrow$ bzw. $\leftarrow$ abgekürzt, der angibt in welche Richtung der Kopf verschoben wird.

Finde für das Wort 110110 eine Konfigurationsfolge, mit der der LBA das Wort akzeptiert.

Hinweis: Die Startkonfiguration für einen (D)LBA mit Startzustand z_0 auf Eingabe $a_1 \dots a_{n-1}a_n$ ist $z_0 a_1 \dots a_{n-1}\boldsymbol{\hat{a}_n}$.