

Übungen zur Vorlesung
Theoretische Informatik
WS 12/13
Übungsblatt 13

Aufgabe 13.1

Im Skript (Seite 10) wurde eine polynomielle Reduktion von SAT auf 3-SAT vorgestellt. Führe diese Reduktion für folgende Eingabe von SAT aus:

$$F = (x_1 \vee \bar{x}_3) \wedge (\bar{x}_1 \vee \bar{x}_2 \vee \bar{x}_3) \wedge (\bar{x}_1 \vee x_2 \vee \bar{x}_3 \vee x_4 \vee x_5) \wedge x_3$$

Gib außerdem eine erfüllende Belegung für F und eine dazu gehörende, erfüllende Belegung für die von dir konstruierte 3-CNF-Formel an.

Aufgabe 13.2

Im Skript (Seite 17) wurde eine polynomielle Reduktion von SAT auf DHP vorgestellt. Führe diese Reduktion für folgende Eingabe von SAT aus:

$$F = (\bar{x}_1 \vee x_2) \wedge (x_1 \vee \bar{x}_2) \wedge x_2$$

Gib außerdem eine erfüllende Belegung für F an und zeichne einen dazu gehörenden Hamiltonpfad in dem von dir konstruierten Graphen ein.

Aufgabe 13.3

Betrachte folgendes Problem:

FEEDBACK VERTEX SET

Eingabe: Gerichteter Graph $G = (V, E)$ und eine Zahl k

Frage: Gibt es eine Teilmenge $F \subseteq V$ mit $|F| \leq k$, so dass F mindestens einen Knoten von jedem gerichteten Zykel in G enthält?

Zeige, dass das Problem FEEDBACK VERTEX SET NP-hart ist.

Aufgabe 13.4

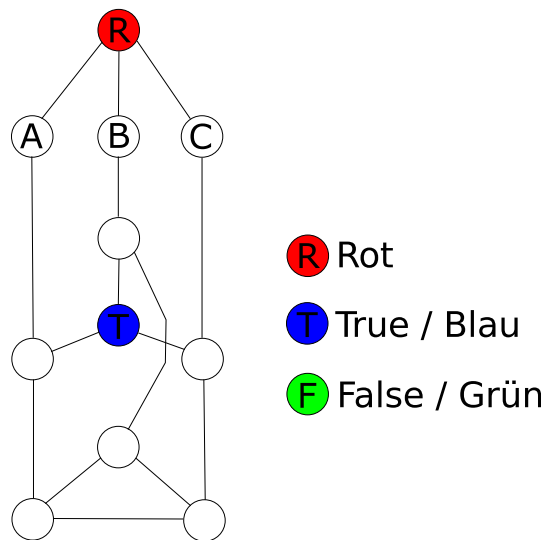
Betrachte folgendes Problem:

3-COLORABILITY

Eingabe: Ungerichteter Graph $G = (V, E)$

Frage: Kann man die Knoten von G mit drei Farben so färben, dass benachbarte Knoten verschiedene Farben besitzen, d.h. existiert eine Abbildung $f : V \rightarrow \{1, 2, 3\}$ so dass für alle Kanten $\{u, v\} \in E$ die Bedingung $f(u) \neq f(v)$ erfüllt ist?

Zeige, dass 3-COLORABILITY NP-hart ist, in dem du eine polynomielle Reduktion von 3-SAT aus durchführst. Dazu ist das Gadget auf der nächsten Seite hilfreich.



Unter der Voraussetzung, dass die zwei in der Zeichnung farbig markierten Knoten tatsächlich 'rot' und 'true' eingefärbt werden, ist zu zeigen, dass A, B und C nicht 'rot' sein können und mindestens eines von ihnen 'true' sein muss. Damit eignen sich A, B und C zum Modellieren der Literale einer 3-CNF-Klausel.