Hans U. Simon
Malte Darnstädt

Bochum, den 7.11.2012
Abgabe bis zum 17.12.2012, 8:20

Übungen zur Vorlesung

Theoretische Informatik

WS 12/13

Übungsblatt 09

Aufgabe 9.1

Zeige, dass folgende Sprache L semi-entscheidbar ist, indem du mit Worten eine Turing-Maschine angibst, die $\chi'_L(w)$ berechnet:

$$L = \{w \in \{0, \dots, 9\}^* \mid w \text{ kommt in der Dezimalentwicklung von } \pi \text{ vor}\}$$

Es wird vermutet, dass π eine *normale Zahl* ist, was bedeuten würde, dass jede Ziffernfolge beliebig oft in der Dezimalentwicklung auftaucht. Was folgt für die Sprache L und deren Entscheidbarkeit falls diese Vermutung zutrifft?

Hinweis: Es gibt Turing-Maschinen, die, auf der Eingabe n gestartet, genau n Nachkommastellen von π auf ihr Band schreiben. Du kannst eine derartige Maschine, ohne ihre Funktionsweise zu erklären, als Baustein für deine Lösung verwenden.

Aufgabe 9.2

In dieser Aufgabe betrachten wir die erste Phase der Simulation von Turing-Maschinen durch GOTO-Programme (siehe Skript S. 38).

Sei $k = 2$, $\Sigma = \{0, 1, \#\}$ und $\Gamma = \{0, 1, \#, \Box\}$. Das heißt $b = |\Gamma| + 1 = 5$. Wir verwenden folgende Zahlenkodierung für die Elemente aus Γ:

$\text{Code}(0) = 1,\ \text{Code}(1) = 2,\ \text{Code}(\#) = 3,\ \text{Code}(\Box) = 4$

Der Startzustand z_0 habe den Zahlencode 0.

a) Sei $n_1 = 1$ und $n_2 = 6$. Das heißt, die Startkonfiguration der Turing-Maschine ist also $z_0 1\#110$.
Bestimme das Zahlentrippel (x, y, z).

b) Schreibe ein GOTO-Programm, das die Phase 1 umsetzt. Das heißt, das Programm erzeugt bei der Eingabe von n_1 und n_2 das zur Start-Kofiguration $z_0\text{bin}(n_1)\#\text{bin}(n_2)$ passende Zahlentrippel (x, y, z).

Aufgabe 9.3

Simuliere nach dem Schema aus der Vorlesung folgendes GOTO-Programm durch ein WHILE-Programm:

$M_1 : l := 0;$
$M_2 : t := n \text{ MOD } b;$
$M_3 : \text{IF } t = 0 \text{ THEN GOTO } M_5;$
$M_4 : \text{HALT};$
$M_5 : n := n \text{ DIV } b;$
$M_6 : l := l + 1;$
$M_7 : \text{GOTO } M_2;$

Eingabe: n, b, Ausgabe: l

Aufgabe 9.4

Zeige, dass folgende Funktion Turing-berechenbar ist:

$$\begin{aligned} f : \mathbb{N}^+ \times \mathbb{N}^+ &\to \{0, \ldots, 9\} \\ f(n_1, n_2) &\mapsto \text{die } n_2\text{-te Nachkommastelle} \\ & \text{in der Dezimalentwicklung von } \log_2(n_1) \end{aligned}$$

Zum Beispiel gilt $f(12, 4) = 9$, da $\log_2(12) \approx 3.584\mathbf{9}6$.