

Übungen zur Vorlesung  
**Theoretische Informatik**  
WS 12/13  
Übungsblatt 08

**Aufgabe 8.1**

Gib die Überföhrungsfunktion einer Zwei-Band-NTM an, die in  $O(n)$  Rechenschritten folgende Sprache erkennt:

$$L = \{s\#t \mid s \in \{a, b\}^+ \text{ und } t \text{ ist ein Teilwort von } s\}$$

Zu Beginn der Rechnung stehe die Eingabe auf dem ersten Band, wöhrend das zweite Band leer sei.

Beschreibe die Arbeitsweise deiner Maschine und gib an, wie viele Schritte sie in jedem Zustand maximal ausföhrt (bei Eingabe eines Wortes der Länge  $n$ ).

**Aufgabe 8.2**

In einigen Büchern werden Ein-Band-Turingmaschinen anders definiert als bei uns: Das Arbeitsband soll links von der Eingabe enden und es ist nicht erlaubt, den Kopf weiter nach links zu bewegen. Rechts von der Eingabe ist das Band weiterhin unendlich lang und mit Blanks gefüllt.

Wir nennen diese Variante "TM mit einseitigem Band".

Unsere gewöhnliche Definition nennen wir entsprechend "TM mit zweiseitigem Band".

Auf den ersten Blick sehen einseitige TMs schwächer aus als zweiseitige. Zeige, dass dies nicht der Fall ist:

Seien  $M = (Z, \Sigma, \Gamma, \delta, z_0, \square, E)$  die Komponenten von einer zweiseitigen Ein-Band-DTM  $M$ . Bestimme in Abhängigkeit von den Komponenten von  $M$  die Komponenten  $M' = (Z', \Sigma', \Gamma', \delta', z'_0, \square, E')$  einer einseitigen Ein-Band-DTM  $M'$ , die  $M$  ohne Zeitverlust simuliert. Beschreibe die Arbeitsweise von  $M'$  und wie ihre Komponenten aus den Komponenten von  $M$  hervorgehen.

### Hinweis zu den Aufgaben 8.3 und 8.4

Die auf Seite 28 des Skripts definierten Operatoren und Konstrukte dürfen verwendet werden (inklusive DIV und MOD). Weitere Konstrukte sind erlaubt, wenn man sie vorher mit Hilfe der bereits bekannten Konstrukte definiert.

Außerdem dürfen auch andere Variablennamen als  $x_0, \dots, x_k$  verwendet werden. Es muss jedoch angegeben werden, welche Variablen die Ein- und Ausgabe enthalten sollen.

### Aufgabe 8.3

Seien  $n_1, n_2 \geq 1$  zwei natürliche Zahlen. Schreibe ein LOOP-Programm, das das kgV von  $n_1$  und  $n_2$  berechnet.

Kommentiere dein Programm!

Hinweis: Das kgV ist das kleinste gemeinsame Vielfache der beiden Zahlen.

Zum Beispiel gilt  $\text{kgV}(6, 4) = 12$  und  $\text{kgV}(10, 14) = 70$ .

### Aufgabe 8.4

Schreibe ein WHILE-Programm, das folgende partielle Funktion berechnet:

$$f : \mathbb{N}_0 \times \mathbb{N}_0 \rightarrow \mathbb{N}_0$$

$$f(n_1, n_2) = \begin{cases} n_1^{1/n_2} & \text{falls die Wurzel in } \mathbb{N}_0 \text{ gezogen werden kann} \\ \text{undefiniert} & \text{sonst} \end{cases}$$

Kommentiere dein Programm!