

Übungen zur Vorlesung
Theoretische Informatik
WS 11/12
Blatt 12

Aufgabe 12.1

Das Problem EXACT ONE HITTING SET ist wie folgt definiert.

Eingabe: Endliche Mengen M_1, \dots, M_n und eine Zahl $k \in \mathbb{N}$

Frage: Gibt es eine Teilmenge $H \subset \bigcup_{i=1}^n M_i$ mit $|H| \leq k$ und $|H \cap M_i| = 1 \forall i \in \{1, \dots, n\}$.

Zeige durch Reduktion mittels eines aus der Problemliste (Vorlesung Kapitel 3 S.21-23) bekannten \mathcal{NP} -harten Problems, dass EXACT ONE HITTING SET \mathcal{NP} -hart ist.

Aufgabe 12.2

Das Problem SAT(≤ 3) ist wie folgt definiert.

Eingabe: Eine CNF-Formel F , wobei jede Variable maximal drei mal in F (negiert oder unnegiert) vorkommt.

Frage: Gibt es eine Belegung der Variablen mit Null und Eins, sodass die Formel mit Eins ausgewertet wird?

Führe eine polynomielle Reduktion von SAT auf SAT(≤ 3) durch um zu zeigen, dass SAT(≤ 3) \mathcal{NP} -hart ist.

Aufgabe 12.3

Das Problem EXACT CUT ist wie folgt definiert.

Eingabe: Ein gewichteter ungerichteter Graph $G = (V, E)$ mit Gewichten $\omega : E \rightarrow \mathbb{N}_0$ und eine Zahl $k \in \mathbb{N}$

Frage: Gibt es eine Zerlegung der Knoten des Graphen G in zwei disjunkte Teilmengen $V_1, V_2 \subset V$, sodass die Summe aller Gewichte von Kanten, die zwischen V_1 und V_2 verlaufen, genau gleich k ist.

Zeige durch Reduktion mittels eines aus der Problemliste (Vorlesung Kapitel 3 S.21-23) bekannten \mathcal{NP} -harten Problems, dass das Problem EXACT CUT \mathcal{NP} -hart ist.

Aufgabe 12.4

Das Problem DOMINATING SET ist wie folgt definiert.

Eingabe: Ein ungerichteter Graph $G = (V, E)$ und eine Zahl $k \in \mathbb{N}$ mit $0 < k \leq |V|$.

Frage: Gibt es eine Teilmenge $D \subseteq V$ mit $|D| \leq k$, sodass für alle $u \in V \setminus D$ ein $v \in D$

existiert mit $\{u, v\} \in E$. D.h. ist jeder Knoten außerhalb von D über eine Kante mit einem Knoten innerhalb von D verbunden?

Führe eine polynomielle Reduktion von VERTEX COVER auf DOMINATING SET durch um zu zeigen, dass DOMINATING SET \mathcal{NP} -hart ist.