

Übungen zur Vorlesung
Theoretische Informatik
WS 11/12
Blatt 9

Aufgabe 9.1

Gib die Überföhrungsfunktion δ einer Zweiband-DTM an, die folgende Sprache erkennt.

$$L_1 = \{1^{F(n)}\#1^{F(n-1)} \mid n \geq 1 \text{ und } F : \mathbb{N} \mapsto \mathbb{N} \text{ sei die Fibonacci Folge} \}$$

Dabei ist zu Beginn der Rechnung der erste Teil der Eingabe $1^{F(n)}$ auf dem ersten Band und der zweite Teil der Eingabe $1^{F(n-1)}$ auf dem zweiten Band notiert. Das Trennzeichen wird somit nicht benötigt.

Erläutere die Arbeitsweise der Maschine und die Funktion der einzelnen Zustände.

Aufgabe 9.2

Sei $M = (Z, \Sigma, \Gamma, \delta, z_0, \square, E)$ eine Zweiband-DTM die die Lösung aus Aufgabe 9.1 darstellt. Erweitere M nun um zwei Zustände, die nichtdeterministisch arbeiten um eine Zweiband-NTM zu erhalten die folgende Sprache erkennt.

$$L_2 = \{1^{F(n)} \mid n \geq 1 \text{ und } F : \mathbb{N} \mapsto \mathbb{N} \text{ sei die Fibonacci Folge} \}$$

Dabei ist die Eingabe auf dem ersten Band notiert, während das zweite Band leer ist. Der Startzustand darf undefiniert werden.

Bemerkung: die Lösung von 9.1. ist dazu nicht erforderlich. D.h. wie M im Detail aussieht braucht hier nicht berücksichtigt werden.

Aufgabe 9.3

Wir stellen uns eine Maschine M vor, die genau wie eine Einband-Turingmaschine aufgebaut ist und arbeitet, jedoch gibt es zu den Richtungswechseln R, L, N noch zusätzlich den Befehl D , welcher nicht nur den Inhalt, sondern eine komplette Zelle aus dem Band löscht. Eine Transition der Form $\delta(z, A) = (z', A', D)$ führt dazu, dass die Zelle auf der der Lesekopf steht komplett aus dem Band entfernt wird. Der Lesekopf steht danach auf der Zelle links von der gelöschten Zelle. Der Eintrag A' hat keinerlei Einfluss auf die Arbeit der Maschine, könnte also praktisch weggelassen werden oder z.B. immer als Blank notiert werden.

Seien $M = (Z, \Sigma, \Gamma, \delta, z_0, \square, E)$ die Komponenten von M Bestimme in Abhängigkeit von den Komponenten von M die Komponenten $M' = (Z', \Sigma', \Gamma', \delta', z'_0, \square, E')$ einer Einband-TM M' die M simuliert. Beschreibe die Arbeitsweise von M' und wie ihre Komponenten aus den Komponenten von M hervorgehen.

Aufgabe 9.4

Für das Alphabet $\Sigma = \{+, -, 0\}$ sei die Sprache

$$L = \{v = v_1 \dots v_m \in \Sigma^* \mid v_1, \dots, v_m \in \Sigma \text{ und } \sum_{k=1}^m k\omega(v_k) = 0\}$$

gegeben, wobei

$$\omega(+)=1, \quad \omega(-)=-1 \text{ und } \omega(0)=0$$

Beispiel:

$$\epsilon, ++-, --+, 0--0+0, +++00-, ++++00000-, \dots \in L$$

Die Summen zu den obigen Beispielen sehen dann wie folgt aus:

$$++- : \quad 1 + 2 - 3 = 0$$

$$--+ : \quad -1 - 2 + 3 = 0$$

$$0--0+0 : \quad -2 - 3 + 5 = 0$$

$$+++00- : \quad 1 + 2 + 3 - 6 = 0$$

$$++++00000- : \quad 1 + 2 + 3 + 4 - 10 = 0$$

Beschreibe die Arbeitsweise einer 2-Band DTM, die die Sprache in $O(n^2)$ Schritten entscheidet.