

Übungen zur Vorlesung  
**Theoretische Informatik**  
WS 10/11  
Blatt 13

**Aufgabe 13.1**

Führe für folgende Problempaare eine polynomielle Reduktion in der angegebenen Richtung aus.

- a) VERTEX COVER auf HITTING SET
- b) HITTING SET auf SET COVER

Aus der  $\mathcal{NP}$ -Härte von VERTEX COVER folgt damit die  $\mathcal{NP}$ -Härte von HITTING SET und SET COVER.

**Aufgabe 13.2**

Zeige, dass sich folgende Variante des SUBSET SUM Problems in polynomieller Zeit lösen lässt:

Die Eingabe besteht aus den Zahlen  $(1, 2, 3, \dots, n)$  und der gesuchten Summe  $S$ .

**Anmerkung:**

Das Problem 3-COLORABILITY ist wie folgt beschrieben.

**Eingabe:** Ein ungerichteter Graph  $G = (V, E)$ .

**Frage:** Gibt es eine Knotenfärbung mit 3 Farben, wobei keine zwei durch eine Kante miteinander verbundene Knoten die gleiche Farbe haben dürfen?

Formal: Lässt sich die Knotenmenge  $V$  in 3 disjunkte Mengen  $V_1, V_2, V_3$  so zerlegen, dass die Randknoten jeder Kante stets in zwei unterschiedlichen Mengen liegen?

Das Problem GRAPH CONTRACTABILITY ist wie folgt beschrieben.

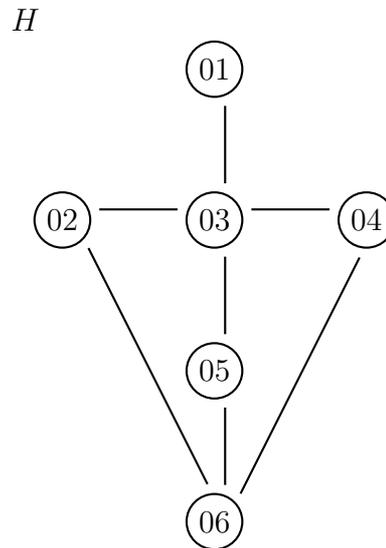
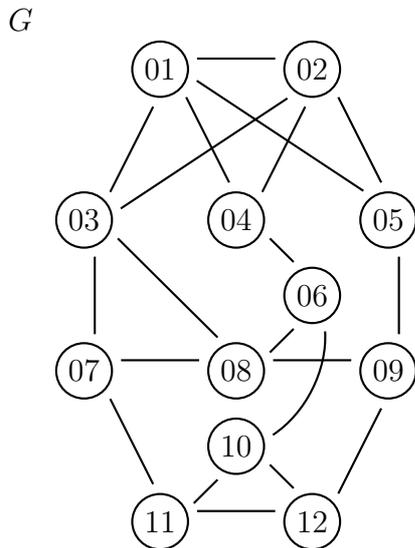
**Eingabe:** Zwei ungerichtete Graphen  $G = (V_1, E_1)$  und  $G = (V_2, E_2)$ .

**Frage:** Kann der Graph  $G$  durch eine Reihe von Kantenkontraktionen in einen Graph überführt werden, der isomorph zu  $H$  ist? Bei einer Kantenkontraktion werden zwei Knoten die durch eine Kante verbunden sind zu einem Knoten zusammengeführt. Dabei ist jeder Knoten, der zuvor mit einem der beiden Knoten verbunden war nun mit dem neuen Knoten verbunden.

**Aufgabe 13.3**

Gegeben seien die Graphen  $G = (V, E)$  und  $H = (V', E')$  (siehe Abbildung) und die Zahl  $k = 7$ . Entscheide für die folgenden Graphenprobleme, ob sie eine Lösung haben. Begründe Deine Behauptung.

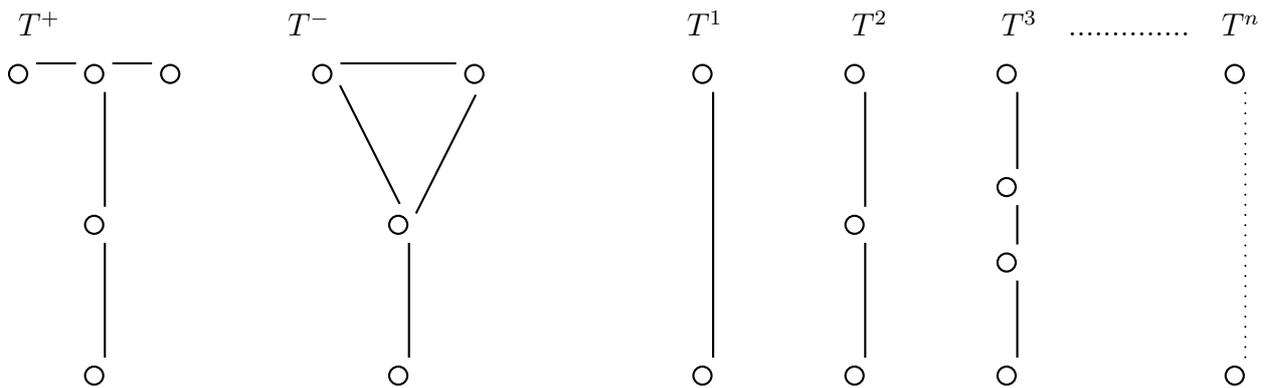
- a) 3-COLORABILITY mit Eingabe  $G$
- b) VERTEX COVER mit Eingabe  $G, k$
- c) GRAPH CONTRACTABILITY mit Eingabe  $G, H$
- d) INIPENDENT SET mit Eingabe  $G, k$



**Aufgabe 13.4**

Zeige durch eine Reduktion von 3-SAT, dass das Problem GRAPH CONTRACTABILITY  $\mathcal{NP}$ -hart ist.

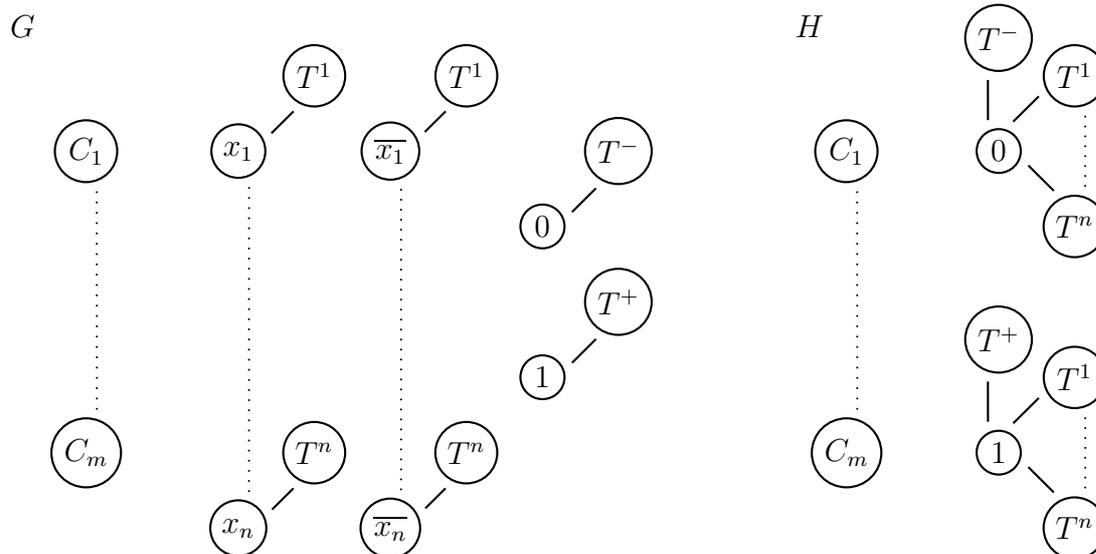
**Tipp:** Verwende folgende Gadgets.



Konstruiere  $G, H$  aus einer 3-SAT CNF-Formel mit  $m$  Klauseln und  $n$  Variablen wie folgt. Graph  $G$  besteht aus den Knoten  $C_1, \dots, C_m$  und  $x_1, \dots, x_n, \bar{x}_1, \dots, \bar{x}_n$  und den Knoten 1, 0. Dabei sei der Knoten 1 Fußknoten des Gadgets  $T^+$  und der Knoten 0 Fußknoten des Gadgets  $T^-$ . Jeder Knoten  $x_i$  und  $\bar{x}_i$  sei Fußknoten eines Gadgets  $T^i$ , sodass der Graph  $G$  jedes Gadget  $T^i$  zweimal enthält.

Der Graph  $H$  besteht aus den Knoten  $C_1, \dots, C_m$  und 1, 0. Dabei sei der Knoten 1 Fußknoten der Gadgets  $T^+, T^1, \dots, T^n$  und der Knoten 0 Fußknoten der Gadgets  $T^-, T^1, \dots, T^n$ .

Die folgende Abbildung zeigt die Konstruktion der Graphen  $G$  und  $H$  in denen jedoch noch Kanten fehlen.



Überlege dir wie die Knoten der einzelnen Graphen mit Kanten verbunden sein müssen, sodass sich  $G$  genau dann zu  $H$  kontrahieren lässt, wenn die  $G$  und  $H$  zugrundeliegende 3-SAT CNF-Formel erfüllbar ist.

### Erinnerung:

Die **Klausur** zur Veranstaltung "Theoretische Informatik" findet am **4.3.2011** statt. Denkt daran Euch rechtzeitig beim Prüfungsamt der eigenen Fakultät nach den dort geltenden Regeln und Fristen zur Klausur anzumelden.

Alle Studierenden die das Fach im Optionalbereich belegen melden sich bitte zusätzlich bei Annette Ilgen an.

Für die Studierenden, die "Theoretische Informatik" im Hauptfach des B.Sc. in der Mathematik belegen, wird im Anschluss an das Wintersemester 10/11 zu folgenden Terminen eine **mündliche Prüfung** angeboten.

**09.02.2011** und **30.03.2011**

Anmeldungen zur mündlichen Prüfung müssen von allen Studierenden via VSPL vorgenommen werden, sonst können keine Leistungsnachweise ausgestellt werden. Die Anmeldung muss mindestens zwei Wochen vor der jeweiligen Prüfung erfolgen. Ein Rücktritt von einer angemeldeten Prüfung muss mindestens drei Tage vor der Prüfung in schriftlicher Form ohne Angabe von Gründen im Prüfungsamt (NA 02/73) erfolgen.

Vor der Anmeldung über VSPL lassen Sie sich bitte einen Termin mit Uhrzeit von Annette Ilgen geben.

### Info:

Am **14.02.2011** und am **16.02.2011** um 10:00 - 12:00 bietet Annette Ilgen eine **Klausurvorbereitung** an. Sie findet statt im Raum **NA 2/24**. Hier können Fragen zu den Übungsaufgaben und zur Vorlesung gestellt werden.

Die Korrektur von Blatt 13 kann ab dem 07.02.2011 um 11:00 Uhr bei Annette Ilgen (NA 1/70) abgeholt werden.