Hans U. Simon
Christian Brandl

Bochum, den 28.01.2008

Übungen zur Vorlesung

Theoretische Informatik

WS 07/08

Blatt 13

Öffnungszeiten des *helpdesk* in der vorlesungsfreien Zeit:
Montags-donnerstags, 13.00-16.00 Uhr, NA 3/51 und NA 3/58

Aufgabe 13.1

Führe eine polynomielle Reduktion von VERTEX COVER auf HITTING SET durch.

Aufgabe 13.2

Führe eine polynomielle Reduktion von HITTING SET auf SET COVER durch.

Aufgabe 13.3

Die folgenden Probleme sind Varianten $\mathcal{NP}$-vollständiger Probleme, wobei der Kostenparameter k als Konstante betrachtet wird. Zeige, dass sie zur Klasse $\mathcal{P}$ gehören:

a) **k-CLIQUE**

   Eingabe: Ungerichteter Graph $G = (V, E)$.

   Frage: Existiert eine Clique der Größe k?

b) **k-INDEPENDENT SET**

   Eingabe: Ungerichteter Graph $G = (V, E)$.

   Frage: Enthält G eine unabhängige Menge der Größe k, d.h., hat der Graph mindestens k Knoten, zwischen denen es keine Kanten gibt?

*__Aufgabe 13.4__

a) Das Problem **NO-TAUT** („keine Tautologie") für Boolesche Formeln in disjunktiver Normalform ist folgendermaßen definiert:

   Eingabe: Eine Kollektion von Booleschen Monomen $K_1, \ldots, K_m$ in n Booleschen Variablen $x_1, \ldots, x_n$. (Ein Boolesches Monom ist eine Konjunktion von Booleschen Literalen.)

   Frage: Existiert eine Belegung von $x_1, \ldots, x_n$ mit 0 oder 1, die kein Monom erfüllt, d.h., die dazu führt, dass für alle i Monom K_i zu 0 ausgewertet wird?

   Zeige, dass **NO-TAUT** $\mathcal{NP}$-vollständig ist. [Hinweis: Polynomielle Reduktion von **SAT**.]

b) Aufgrund des Distributivitätsgesetzes lässt sich jede Boolesche Formel in konjunktiver Normalform (KNF) in eine äquivalente Boolesche Formel in disjunktiver Normalform (DNF) transformieren. Die KNF-Formel ist also erfüllbar genau dann, wenn ihre Transformation in DNF erfüllbar ist. Das Erfüllbarkeitsproblem für DNF-Formeln ist aber trivialerweise in $\mathcal{P}$ (Warum?). Begründe, warum daraus nicht $\mathcal{P} = \mathcal{NP}$ folgt.