Theoretische Informatik

WS 2005/2006
Musterlösung: Aufgabe 7.1
Christian Brandl

Aufgabe 7.1

Gib eine deterministische Turingmaschine M an, welche folgende Sprache erkennt

$$L = \{0^{2^n} : n \geq 0\}.$$

Beschreibe auch kurz die Arbeitsweise deiner Maschine.

Lösung

Idee: Iterative Halbierung der Anzahl der $0'$en auf dem Turingband

Arbeitsweise von M:
1. Teste, ob die Eingabe aus einer einzelnen 0 besteht. Falls der Test positiv ausfällt, akzeptiere. Falls der Test negativ ausfällt und das Band nichtleer ist, führe 2. aus (im Falle eines leeren Bandes wird verworfen).
2. Ersetze in einem Durchlauf über die Eingabe jede zweite 0 durch das Streichsymbol $*$. Insbesondere kann am Ende des Durchlaufs festgestellt werden, welcher der folgenden Fälle zu Beginn des Durchlaufs bestanden hat:
(i) Anzahl der $0'$en auf dem Band war gerade.
(ii) Anzahl der $0'$en auf dem Band war ungerade und von eins verschieden.
(iii) Anzahl der $0'$en auf dem Band war eins.
3. Im Fall (i) beginne wieder mit 2. (anstelle der Eingabe ist aber von nun an der nichtleere Bandteil gemeint). Im Fall (ii) verwirf. Im Fall (iii) akzeptiere.

Formale Darstellung von M:

$$M = \big(\{q_0, q_1, q_2, q_3, q_4, q_f\}, \{0\}, \{0, *, \Box\}, \delta, q_0, \Box, \{q_f\}\big)$$

δ	0	$*$	$\Box$
q_0	$(q_1, 0, R)$	$-$	$-$
q_1	$(q_2, *, R)$	$(q_1, *, R)$	$(q_f, \Box, N)$
q_2	$(q_3, 0, R)$	$(q_2, *, R)$	$(q_4, \Box, L)$
q_3	$(q_2, *, R)$	$(q_3, *, R)$	$-$
q_4	$(q_4, 0, L)$	$(q_4, *, L)$	$(q_0, \Box, R)$