

Übungen zur Vorlesung

Theorie des maschinellen Lernens

Sommer 18

Übungsblatt 11

Aufgabe 11.1 (4 Punkte)

Es sei $V = \{-1, 1\}^r$ und $V_{\leq k}$ (bzw. $V_{\geq k}$) sei die Menge der Vektoren aus V mit höchstens (bzw. mindestens) k 1-Komponenten. Weise nach, dass folgendes gilt:

a) $\vec{b}(h_w(X)) = \arg \max_{v \in V} \sum_{i=1}^r v_i \langle w, x_i \rangle$

b) Seien $w \in \mathbb{R}^d$ und $X = (x_1, \dots, x_r) \in (\mathbb{R}^d)^r$. Zeige, dass für alle $\theta \in \mathbb{R}$ ein $k \in \mathbb{N}$ und ein $V' \in \{V_{\leq k}, V_{\geq k}\}$ existieren, sodass

$$\vec{b}_\theta(h_w(X)) = \arg \max_{v \in V'} \sum_{i=1}^r v_i \langle w, x_i \rangle .$$

Aufgabe 11.2 (4 Punkte)

Erzeuge mit Hilfe des ID3-Algorithmus bzgl. des Gain-Measures $C(a) = \min\{a, 1 - a\}$ einen Entscheidungsbaum für die nachfolgende Trainingsmenge S .

$$S = \{((0, 0, 1, 1), 0), ((0, 1, 0, 1), 0), ((0, 1, 1, 0), 1), ((1, 1, 0, 0), 0), \\ ((1, 1, 0, 1), 1), ((1, 1, 1, 0), 1), ((1, 1, 1, 1), 0)\}$$

Aufgabe 11.3 (4 Punkte)

Zwei Entscheidungsbäume heißen gleichwertig, falls die zugrunde liegenden Funktionen gleich sind.

- Zeige, dass jeder Entscheidungsbaum in einen gleichwertigen binären Entscheidungsbaum umgeformt werden kann.
- Sei B ein Entscheidungsbaum der Höhe eins. Die Wurzel von B habe $k \geq 2$ Kinder. Sei B' ein binärer Baum, der zu B gleichwertig ist. Was kann man über die Höhe von B' in Abhängigkeit von k sagen? Gib eine obere und untere Schranke an.
- Seien B und B' wie in b). Was sind obere und untere Schranken für die Anzahl der Knoten in B' ?

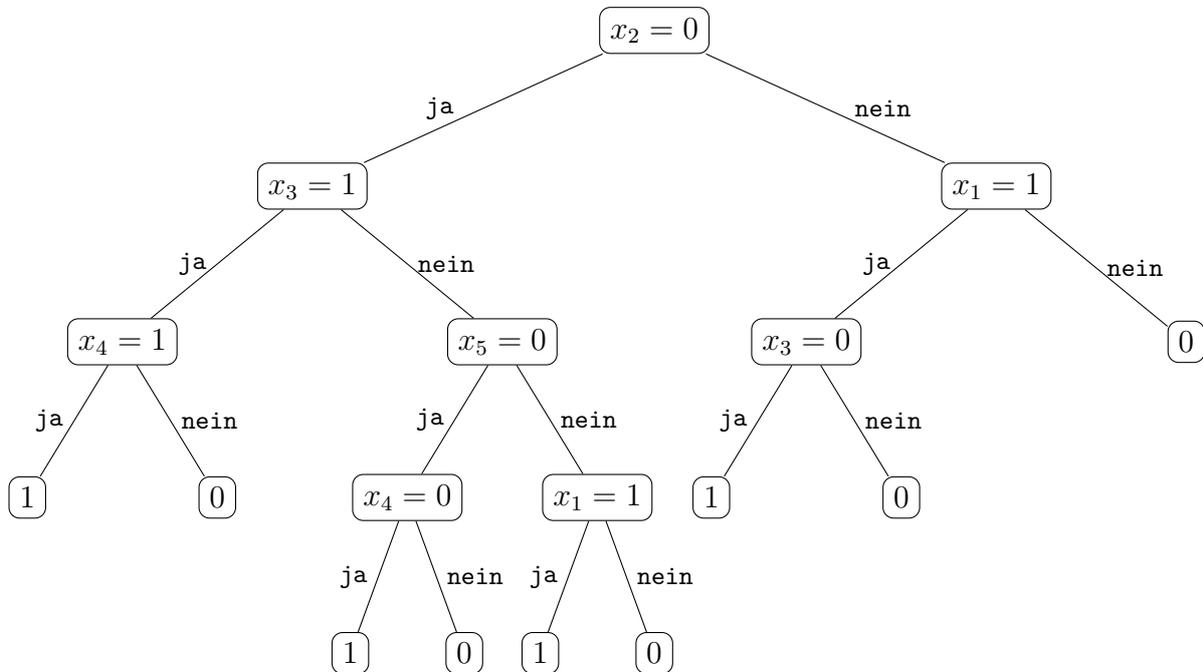
— Bitte wenden! —

Aufgabe 11.4 (4 Punkte)

Es sei $\delta = 1/4$ Nutze Pruning unter Verwendung der Schranke

$$L_D(T) \leq L_S(T) + \frac{\sqrt{(n+1) \log_2(d+3) + \log_2(2/\delta)}}{2m} = f(T, m)$$

um folgenden Entscheidungsbaum



für die Trainingsmenge

$$S = \{((0, 0, 0, 1, 1), 0), ((0, 0, 1, 0, 1), 1), ((0, 0, 1, 1, 1), 1), ((0, 1, 1, 0, 1), 1),$$

$$((1, 0, 0, 1, 0), 1), ((1, 0, 0, 1, 1), 1), ((1, 1, 0, 0, 1), 1), ((1, 1, 0, 1, 0), 1),$$

$$((1, 1, 0, 1, 1), 1), ((1, 1, 1, 0, 0), 0)\}$$

zu verkleinern.