Hans U. Simon
Christoph Ries

Bochum, den 19. Juni 2018
Abgabe bis zum 26.06.2018

Übungen zur Vorlesung

Theorie des maschinellen Lernens

Sommer 18

Übungsblatt 08

Aufgabe 8.1 (4 Punkte)
Betrachte die markierte Trainingsmenge

$$S = \{(1,1), (-1,-1)\} \subseteq (\mathbb{R}, \{-1,1\})^2 \ ,$$

die durch eine Gerade $wx + b = 0$ getrennt werden soll. Stelle zunächst für die weiche SVM-Regel das quadratische Optimierungsproblem auf und zeige anschließend, dass für dieses Problem das optimale w die Form

$$w^* = \min\left\{\frac{1}{2\lambda}, 1\right\}$$

hat.

Aufgabe 8.2 (4 Punkte)
Beweise oder widerlege folgende Aussage:
Es gibt ein $\lambda > 0$, sodass für alle Trainingsmengen S mit $m > 1$ Beispielen, die sich durch eine homogene Hyperebene separieren lassen, die harte SVM-Regel und die weiche SVM-Regel (mit λ) Hypothesen mit dem selben Gewichtsvektor liefern.

Aufgabe 8.3 (4 Punkte)
Beweise Theorem 10.4 mit Hilfe von Lemma 10.5 aus dem Skript (siehe Homepage unter Materialien).

— Bitte wenden! —

Aufgabe 8.4 (4 Punkte)
Betrachte die Trainingsmenge

$$S = \{((1,3),-1),((2,5),1),((3,2),1),((4,4),1),((5,4),-1)\} \subseteq (\mathbb{R}^2 \times \{-1,1\})^5.$$

Zeige, dass sich S nicht linear separieren lässt.
Es gibt jedoch ein Polynom $p : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ von Grad 2, sodass für alle positiven (bzw. negativen) Trainingsbeispiele (x, y) aus S gilt $p(x) \leq y$ (bzw. $p(x) > y$). Gib solch ein p an. Konstruiere anschließend eine Abbildung $\psi : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^3$, welche Gebrauch von deinem p macht und die Daten so in den Merkmalsraum $\mathbb{R}^3$ abbildet, dass sie dort linear separierbar sind. Bestimme anschließend eine Hyperebene, die die entsprechenden Merkmalsvektoren dort trennt.

Für die *Angewandte Informatik* kann unter dem folgenden Link eine Bewertung abgegeben werden: `https://evasys.uv.ruhr-uni-bochum.de/evasys/online.php?p=7TEWW`