

Übungen zur Vorlesung
Theorie des maschinellen Lernens
Sommer 18
Übungsblatt 04

Aufgabe 4.1 (4 Punkte)

Zeige folgende Implikation:

$\text{MinDis} - E(\mathcal{H}) \in RP$, falls \mathcal{H} effizient agnostisch PAC-lernbar ist.

Aufgabe 4.2 (4 Punkte)

Nimm an, dass $\mathcal{H} \leq_{pol}^L \mathcal{H}'$ gilt. Zeige:

- a) Wenn $\text{MinDis-E}(\mathcal{H})$ NP-hart ist, so gilt dies auch für $\text{MinDis-E}(\mathcal{H}')$.
- b) Wenn $\text{MinDis-Opt}(\mathcal{H}')$ in Polynomialzeit lösbar ist, so gilt dies auch für $\text{MinDis-Opt}(\mathcal{H})$.

Aufgabe 4.3 (4 Punkte)

Zeige, dass k -DL polynomiell L-reduzierbar ist auf Monotone 1-DL, d.h. dass gilt

$$k - \text{DL} \leq_{pol}^L \text{Monotone 1 - DL}.$$

— Bitte wenden! —

Aufgabe 4.4 (4 Punkte)

Sei $\mathcal{H} := \{I_{a,b} \mid a, b \in \mathbb{R} \wedge a \leq b\}$ mit

$$I_{a,b}(x) = \begin{cases} 1 & , \text{ falls } a \leq x \leq b \\ 0 & , \text{ sonst} \end{cases} .$$

Schlage eine Implementierung der ERM-Regel vor, die „möglichst effizient“ ist.

Hinweis: Es existiert ein Algorithmus, der bei einer Trainingsgröße m die Laufzeit $\mathcal{O}(m \log(m))$ hat.

Tipp: Betrachte einen vollständigen Binärbaum B dessen Blätter die geordneten Trainingspunkte repräsentieren. Sei $B(v)$ der Teilbaum von B mit Wurzel v und seien b_1, \dots, b_t die Blätter von $B(v)$. Sei J ein Intervall auf b_1, \dots, b_t . J heißt linksbündig bzgl. $B(v)$, falls der linke Rand von J mit b_1 übereinstimmt. Analog heißt J rechtsbündig bzgl. $B(v)$, wenn der rechte Rand von J mit b_t übereinstimmt. Ein inneres Intervall bzgl. $B(v)$ ist ein Intervall, das weder links- noch rechtsbündig bzgl. $B(v)$ ist. Speichere an jedem Knoten v Informationen, wie z.B. das „beste“ linksbündige, rechtsbündige, innere Intervall. Beginne bei den Blättern. Arbeite dich hoch bis zur Wurzel. Nutze dabei die bei den Kindern hinterlegten Informationen.