

Übungen zur Vorlesung
Theorie des maschinellen Lernens
Sommer 16
Übungsblatt 10

Aufgabe 10.1 (4 Punkte)

Seien K_1 und K_2 zwei Kernels über $\mathcal{X} \times \mathcal{X}$ mit $\mathcal{X} \subseteq \mathbb{R}^n$, $a \in \mathbb{R}^+$ und f eine reell-wertige Funktion auf \mathcal{X} . Zeige, dass folgende Funktionen dann allesamt Kernels sind.

- a) $K(x, z) = K_1(x, z) + K_2(x, z)$
- b) $K(x, z) = aK_1(x, z)$
- c) $K(x, z) = f(x)f(z)$
- d) Seien $x, z \in \mathbb{R}^2$. Ist $K(x, z) = \sqrt{2}[(x_1z_1)^2 - 5(x_2z_1^2 + x_1^2z_2) + 25x_2z_2]$ ein Kernel?

Aufgabe 10.2 (4 Punkte)

Für alle $A \subseteq \{1, \dots, n\}$ sei $\psi_A(x) = \prod_{i \in A} x_i$. Des Weiteren sei $\psi(x) = (\psi_A(x))_{A \subseteq \{1, \dots, n\}}$ und es gelte $K(x, z) = \langle \psi(x), \psi(z) \rangle$.
Finde eine effizient auswertbare Formel für $K(x, z)$ (poly(n) arithmetische Operationen).

Aufgabe 10.3 (4 Punkte)

Für $x, x' \in [N]$ definiere

$$K(x, x') = \min\{x, x'\}.$$

Finde eine Abbildung $\psi : [N] \rightarrow H$, wobei H ein geeigneter Hilbertraum ist, sodass für alle $x, x' \in [N]$ gilt

$$K(x, x') = \langle \psi(x), \psi(x') \rangle.$$

Aufgabe 10.4 (4 Punkte)

Gegeben sei die Trainingsmenge

$$S = \{((-2, 7), 1), ((-1, 2), 3), ((0, 3), 1), ((1, 1), 3), ((2, 4), 1), \\ ((3, 5), 3), ((4, 2), 2), ((5, 6), 1), ((6, 0), 2), ((7, 1), 2)\}$$

über der Grundmenge \mathbb{R}^2 und der Labelmenge $\{1, 2, 3\}$. Nutze den All-Pairs Ansatz und bestimme bezüglich der Decision Stumps über \mathbb{R}^2 so eine Vorhersagefunktion h .

Wie werden mit diesem h die Punkte $(1, 5)$ und $(5, 3)$ klassifiziert?