Hans U. Simon
Malte Darnstädt

Bochum, den 23.05.2014
Abgabe bis zum 2.06.2014

Übungen zur Vorlesung

Theorie des Maschinellen Lernens

Sommer 2014

Übungsblatt 07

Aufgabe 7.1

Betrachte die Parity-Funktion $p : \{0,1\}^n \longrightarrow \{0,1\}$ mit $p(x) = \sum_{i=1}^{n} x_i \mod 2$.
Zeige, dass $p \in NC_1$ gilt. Stelle also p als einen booleschen Schaltkreis von polynomieller Größe und logarithmischer Tiefe (in n) dar.

Aufgabe 7.2

Sei $f : \{0,1\}^n \to \{0,1\}$ eine beliebige Abbildung. Beweise:

a) (Die Universalität von $\wedge, \vee, \neg$) Jedes f kann als DNF-Formel mit Hilfe von $n2^n$ $\wedge, \vee$-Operationen ausgedrückt werden. Daher kann f auch von einem Schaltkreis der Größe $O(n2^n)$ berechnet werden.

b) Man kann für jedes f rekursiv einen Schaltkreis aufbauen, der f mit $O(2^n)$ Gattern berechnet.

c) Kombiniere die Konstruktion aus b) geschickt mit der Aussage von a) um zu zeigen: f kann von einem Schaltkreis mit $O(\frac{2^n}{n})$ Gattern berechnet werden.

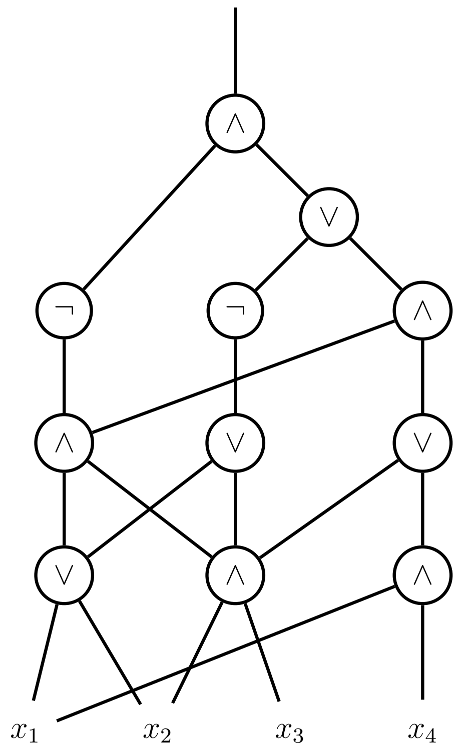
Aufgabe 7.3

Sei C_n die Klasse der booleschen Schaltkreise über dem Eingaberaum $X = \{0,1\}^n$ mit einem Ausgabeknoten und beliebig vielen Berechnungsknoten.

Zeige, dass man zu einer beliebigen Stichprobe der Größe m effizient (also in polynomieller Zeit in n und m) eine konsistente Hypothese aus C_n finden kann.
Warum folgt trotzdem nicht, dass ein effizienter PAC-Lerner für die Klasse $(C_n)_{n\geq 1}$ existiert?

Aufgabe 7.4

Bringe mit Hilfe der Methode aus der Vorlesung folgenden booleschen Schaltkreis in die Form eines Baumes (mit eventueller Vervielfältigung der Eingangsvariablen x_i) und lese dann eine äquivalente boolesche Formel ab.



Welche Tiefe hat der Schaltkreis? Welche Größe hat die resultierende boolesche Formel (entspricht der Anzahl an Knoten im Baum, inklusive der Eingangsknoten)?