Hans U. Simon
Malte Darnstädt

Bochum, den 25.04.2014
Abgabe bis zum 05.05.2014

Übungen zur Vorlesung

Theorie des Maschinellen Lernens

Sommer 2014

Übungsblatt 03

Aufgabe 3.1

Sei $X = \{0,1\}^4$. Der Konsistenten-Hypothesen-Finder für 1-Decision-Lists soll mit folgender Beispielmenge T ausgeführt werden (die Beispiele sind der Einfachheit halber durchnummeriert):

1	2	3	4
$(0000, +)$	$(0001, +)$	$(0011, -)$	$(1101, +)$

5	6	7	8
$(1101, +)$	$(1001, +)$	$(1100, -)$	$(1000, -)$

Gib einen möglichen Verlauf des Algorithmus an und schreibe dazu in jeder Iteration auf, wie sich folgende Größen ändern:

- die Decision-List L
- die Menge der noch nicht absorbierten Beispiele
- die Menge der reinen Literale

Aufgabe 3.2

Sei $n > k > 1$. Betrachte die boolesche Funktion

$$f_k(x_1, \ldots, x_n) = \begin{cases} 1 - x_1 & \text{falls } x_{k+1} = 1 \\ x_1 + \ldots + x_k \mod 2 & \text{falls } x_{k+1} = 0 \end{cases}$$

Zeige:

a) f_k kann mittels einer k-Decision-List ausgedrückt werden.

b) f_k kann nicht durch eine k-CNF oder k-DNF ausgedrückt werden.

Sei $X = \mathbb{R}^d$. Für jeden Vektor $w \in \mathbb{R}^d$ und jede Zahl $t \in \mathbb{R}$ sei folgendes Konzept gegeben:

$$c_{w,t}(x) = \begin{cases} 1 & \text{falls } \sum_{i=1}^d w_i \cdot x_i \geq t \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$

Aufgabe 3.3

Sei $\mathrm{HR}_d := \left\{ c_{w,t} \mid w \in \mathbb{R}^d, t \in \mathbb{R} \right\}$ die Klasse der d-dimensionalen Halbräume.

Zeige: $d + 1 \leq \mathrm{VCD}(\mathrm{HR}_d)$

Aufgabe 3.4

Sei $\mathrm{HHR}_d := \left\{ c_{w,0} \mid w \in \mathbb{R}^d \right\}$ die Klasse der homogenen d-dimensionalen Halbräume.

Zeige: $\mathrm{VCD}(\mathrm{HHR}_d) \leq d$

Bemerkung: Zusammen mit der Erkenntnis $\mathrm{VCD}(\mathrm{HR}_d) \leq \mathrm{VCD}(\mathrm{HHR}_{d+1})$ aus der Präsenzübung ergibt sich: $\mathrm{VCD}(\mathrm{HR}_d) = \mathrm{VCD}(\mathrm{HHR}_{d+1}) = d + 1$