Hans U. Simon
Malte Darnstädt

Bochum, den 18.06.2013
Abgabe bis zum 26.06.2013

Übungen zur Vorlesung
Theorie des Maschinellen Lernens
Sommer 2013

Übungsblatt 09

Aufgabe 9.1

Sei H die binäre Klasse, die durch achsen-parallele Rechtecke (d.h. sowohl das Innere als auch der Rand) im $[0,1]^n$ gebildet wird.
Beschreibe das Auffinden der kleinsten konsistenten Hypothese in H zu einer gegebenen Stichprobe als lineares Optimierungsprogramm in Standardform.

Aufgabe 9.2

Zu einem gegebenen linearen Programm in allgemeiner Form wollen wir zusätzlich die Bedingung $\sum_{i=1}^{n} |x_i| \le 1$ aufnehmen (dabei ist $x = (x_1, \ldots, x_n)$ der Vektor der Variablen des Programms).
Formuliere diese Bedingung mit Hilfe von n zusätzlichen Variablen und $2n+1$ zusätzlichen linearen Nebenbedinungen.

Aufgabe 9.3

Zeige: Man kann ein lineares Programm in allgemeiner Form auf die Standardform, und ein Programm in Standardform auf die kanonische Form zurückführen.
Dabei soll man die Lösung der ursprünglichen Programme leicht an der Lösung des transformierten Programms ablesen können.

Aufgabe 9.4

Problem: ZIP (Zero-One Integer Programming)
Eingabe: Ein Paar c, k und eine endliche Menge S von Paaren a_i, b_i, wobei $c, a_i \in \{0,1\}^n$, $k \in \{0, \ldots, n\}$ und $b_i \in \{0, \ldots, n-1\}$.
Frage: Existiert ein $x \in \{0,1\}^n$ mit $c \cdot x \ge k$ und $a_i \cdot x \le b_i$ für $1 \le i \le |S|$?

Sei H die Klasse BP mit Gewichten aus $\{0,1\}$. Zeige, dass folgende Abbildung eine polynomielle Reduktion von ZIP auf H-Consistency darstellt (weil ZIP ein schwerstes Problem in NP ist, haben wir damit gezeigt, dass das Lernen von H im Realizable Model hart ist):

Wir wählen $X = \{0,1\}^{2n}$. In der Stichprobe sind folgende Beispiele:

- $(0_n, 1_n)$ und $(c, 1_{n-k}, 0_k)$ mit Label 1.
- $(a_i, 1_{n-b_i-1}, 0_{b_i+1})$ mit Label 0 für $1 \le i \le |S|$.
- $(0_n, 1_{i-1}, 0, 1_{n-i})$ mit Label 0 für $1 \le i \le n$.

Dabei bezeichnet 1_k bzw. 0_k den Vektor der Länge k, der nur aus Einsen bzw. Nullen besteht.