

Übungen zur Vorlesung  
**Komplexitätstheorie**  
WS 19/20  
Übungsblatt 9

**Aufgabe 9.1**

Go-Moku ist ein beliebtes Spiel, bei dem zwei Spieler abwechselnd Steine ihrer Farbe auf Gitterpunkte (z.B. auf einem Go-Brett) legen. Wer zuerst 5 Steine in einer horizontalen, vertikalen oder diagonalen Reihe anordnen kann, gewinnt.

Nehmen Sie an, es steht ein  $n \times n$  Gitter zur Verfügung. Gegeben eine konkrete Spielsituation (ein Brett mit einigen platzierten Steinen) zeigen Sie, dass

$$GM = \{ \langle B \rangle \mid B \text{ ist eine Spielsituation, in der Spieler 1 eine Gewinn-Strategie hat} \}$$

in PSpace liegt.

**Aufgabe 9.2**

Sei  $c$  eine Kodierung von booleschen Formeln und

$$L := \{ c(F) \mid F \text{ ist boolesche Formel und es gibt keine bzgl. } c \text{ kürzere, zu } F \text{ äquivalente Formel} \}$$

Auf welchem Level der polynomiellen Hierarchie liegt die Sprache  $L$ ? Wird das Problem schwieriger, wenn man statt booleschen Formeln Schaltkreise betrachtet?

**Aufgabe 9.3**

Gegeben sei folgendes Entscheidungsproblem  $P$ :

**Eingabe:** Eine CNF-Formel  $F$

**Frage:** Existiert genau eine erfüllende Belegung für  $F$ ?

Zeigen Sie: Die zu  $P$  gehörende Sprache  $L_P$  (der Formeln, die obige Frage bejahen) ist ein Element von  $\Delta_2$ .

**Aufgabe 9.4**

Zeigen Sie, dass die Probleme LBA-ACCEPTANCE und LINEAR SPACE ACCEPTANCE PSpace-vollständig sind.