Hans U. Simon
Leonie Ryvkin

Bochum, den 28.11.19
Abgabe am 05.12.19

Übungen zur Vorlesung

Komplexitätstheorie

WS 19/20

Übungsblatt 8

Aufgabe 8.1

Es sei T_2 streng monoton steigend sowie zeitkonstruierbar und $f : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ sei folgende induktiv definierte Funktion:

$$f(1) = 2, \quad f(i+1) = 2^{T_2(f(i))}.$$

Zeigen Sie, dass sich zu gegebenem $n \in \mathbb{N}$ der kleinste Index i für den gilt

$$f(i) < n \leq f(i+1)$$

in $O(T_2(n))$–Zeit von einer DTM berechnen lässt.

Aufgabe 8.2

Zeigen Sie, dass 2–SAT $\mathcal{NL}$–hart ist. (Eventuell hilfreich ist: $\mathcal{NL} = co - \mathcal{NL}$.)

Aufgabe 8.3

Definiere die Klasse NL^* folgendermaßen: Eine Sprache L ist in NL^* wenn folgendes gilt: Es existiert ein Polynom $p(n)$ und eine $O(\log n)$–platzbeschränkte DTM M, sodass das folgende gilt

- Neben dem Read–Only Eingabeband für x und dem Arbeitsband ist M noch mit einem weiteren Read–Only Band für ein Zertifikat y ausgestattet.
- $\forall x \in \Sigma^* : x \in L \Leftrightarrow \exists y \in \{0,1\}^{p(|x|)} : M(x,y) = 1$

Zeigen Sie dass $NL^* = NP$ ist. gehen Sie dazu wie folgt vor:

a) Zeigen Sie $NL^* \subseteq NP$

b) Zeigen Sie $3 - SAT \in NL^*$

c) Begründen Sie, warum aus a) und b) die zu zeigende Aussage folgt.

Hinweis: Das SAT-Problem ist auch unter logspace-Reduktionen NP-vollständig.

Aufgabe 8.4

Prüfen Sie die folgenden quantifizierten Formeln mithilfe des Verfahrens aus dem Satz über TQBF $\in$ PSpace (S. 105) auf Erfüllbarkeit:

a) $(\exists x_1)(\forall x_2)(\forall x_3)\ (\overline{x_2} \land (x_1 \lor x_3) \lor (\overline{x_2} \lor \overline{x_1}))$

b) $(\forall x_1)(\exists x_2)(\forall x_3)\ (\overline{x_1} \lor ((x_3 \lor x_2) \land x_1))$