

Übungen zur Vorlesung  
**Komplexitätstheorie**  
WS 19/20  
Übungsblatt 5

**Aufgabe 5.1**

Es sei  $\Pi$  ein Maximierungsproblem mit einem natürlich-zahligen Optimierungsparameter und der Eigenschaft, dass der Wert  $C_*(E)$  einer optimalen Lösung für Eingabeinstanz  $E$  polynomiell in der Kodierungslänge  $N(E)$  und in dem maximalen in  $E$  vorkommenden Zahlparameter  $M(E)$  nach oben beschränkt sind.

Zeigen Sie, dass ein volles Approximationsschema für  $\Pi$  in einen pseudopolynomiellen Algorithmus für  $\Pi$  transformiert werden kann (In der Vorlesung wurde dies für Minimierungsprobleme gezeigt).

**Aufgabe 5.2**

BIN PACKING als Optimierungsproblem fragt nach der geringsten Anzahl an Bins einer Kapazität  $B$ , sodass die Objekte  $a_1, \dots, a_n \in \mathbb{N}$  alle gepackt werden können. Hierzu kann man folgenden Approximationsalgorithmus verwenden: Für alle Objekte  $i = 1, \dots, n$  verfähre man wie folgt: Man wähle den ersten Bin  $B_j$  aus, der noch Platz für  $a_i$  hat und packe  $a_i$  in  $B_j$ . Zeigen Sie, dass dieser Approximationsalgorithmus eine Performanzrate von höchstens 2 hat.

**Aufgabe 5.3**

In Aufgabe 5.2 haben Sie gesehen, dass man das BIN PACKING Optimierungsproblem mit einer Performanzrate von 2 lösen kann. Nun werden Sie sehen, dass eine Näherung unterhalb eines Faktors von  $3/2$  wahrscheinlich nicht möglich ist. Zeigen Sie:

Existiert ein Approximationsalgorithmus für das BIN PACKING Optimierungsproblem mit einer Güte  $k < 3/2$ , so ist  $P = NP$ .

*Hinweis:* Reduzieren Sie PARTITION (s. Problemliste am Ende des Skripts) geeignet polynomiell auf BIN PACKING.

#### **Aufgabe 5.4**

Zeigen Sie, dass DOMINATING SET festparameterbehandelbar wird, wenn man das Problem so erweitert, dass der erlaubte Maximalgrad eines Knotens im Eingabegraphen als zusätzlicher Parameter mitgeführt wird. Behandeln Sie den maximalen Knotengrad  $d$  sowie die maximal erlaubte Größe  $k$  der "Dominating Set" als kombinierten Festparameter  $k+d$  um einen Algorithmus zu entwickeln, welcher eine Laufzeit der Form  $f(k+d)*poly(n)$  aufweist.