

Übungen zur Vorlesung
Komplexitätstheorie
WS 19/20
Übungsblatt 12

Aufgabe 12.1

Zeigen Sie, dass sich ein Zufallszahlengenerator auf der Menge $\{1, \dots, N, ?\}$ durch eine PTM simulieren lässt, die folgendes erfüllt:

- Die PTM gibt stets ein Element aus $1, \dots, N, ?$ aus.
- Die Ausgabe des Zeichens $?$ erfolgt mit Wahrscheinlichkeit $\leq 1/2$.
- Sofern die Ausgabe nicht $?$ ist, gibt die PTM gleichverteilt ein Element aus $\{1, \dots, N\}$ aus.
- Die Laufzeit der PTM ist $O(\log N)$.

Aufgabe 12.2

Zeigen Sie, dass man einen Münzwurf mit $\Pr[\text{Kopf}] = p$ in erwarteter Zeit $O(1)$ von einer PTM berechnen lassen kann, vorausgesetzt, dass das i -te Bit von p in $\text{poly}(i)$ Zeit berechnet werden kann. Hierbei seien die Bits von links nach rechts zu lesen.

Aufgabe 12.3

Sei φ eine 3CNF-Formel mit genau drei verschiedenen Variablen pro Klausel. Zeige, dass es einen *deterministischen* Algorithmus gibt, der in polynomieller Zeit eine Belegung findet, die mindestens $7/8$ der Klauseln von φ erfüllt.

Aufgabe 12.4

Sei $L \in \Sigma^*$ eine Sprache. Dann bezeichnet $BPP[L]$ die Klasse aller Sprachen, die von einer Orakel-PPTM mit Fehlerrate $\leq 1/3$ (ausgestattet mit einem L -Orakel) erkannt werden. Zeigen Sie:

- $BPP[BPP] = BPP$ (Erinnerung: $BPP[BPP] = \bigcup_{L \in BPP} BPP[L]$)
- $NP[BPP] \subseteq BPP[NP]$
- $NP \subseteq BPP \Rightarrow PH \subseteq BPP$

Was impliziert die letzte Aussage? Was schließen Sie daraus?