Hans U. Simon
Leonie Ryvkin

Bochum, den 17.01.19
Abgabe am 24.01.19

Übungen zur Vorlesung

Komplexitätstheorie

WS 18/19

Übungsblatt 11

Aufgabe 11.1

Zeigen Sie, dass sich ein Zufallszahlengenerator auf der Menge $\{1, ..., N, ?\}$ durch eine PTM simulieren lässt, die folgendes erfüllt:

- Die PTM gibt stets ein Element aus $1, ..., N, ?$ aus.
- Die Ausgabe des Zeichens ? erfolgt mit Wahrscheinlichkeit $\leq 1/2$.
- Sofern die Ausgabe nicht ? ist, gibt die PTM gleichverteilt ein Element aus $\{1, ..., N\}$ aus.
- Die Laufzeit der PTM ist $O(\log N)$.

Aufgabe 11.2

Zeigen Sie, dass man einen Münzwurf mit $\mathbf{Pr}[\text{Kopf}] = p$ in erwarteter Zeit $O(1)$ von einer PTM berechnen lassen kann, vorausgesetzt, dass das i–te Bit von p in $poly(i)$ Zeit berechnet werden kann. Hierbei seien die Bits von links nach rechts zu lesen.

Aufgabe 11.3

Sei φ eine 3CNF-Formel mit genau drei verschiedenen Variablen pro Klausel. Zeige, dass es einen *deterministischen* Algorithmus gibt, der in polynomieller Zeit eine Belegung findet, die mindestens 7/8 der Klauseln von φ erfüllt.

Aufgabe 11.4

Sei $L \in \Sigma^*$ eine Sprache. Dann bezeichnet $BPP[L]$ die Klasse aller Sprachen, die von einer Orakel-PPTM mit Fehlerrate $\leq 1/3$ (ausgestattet mit einem L-Orakel) erkannt werden. Zeigen Sie:

a) $BPP[BPP] = BPP$ (Erinnerung: $BPP[BPP] = \bigcup_{L \in BPP} BPP[L]$)

b) $NP[BPP] \subseteq BPP[NP]$

c) $NP \subseteq BPP \Rightarrow PH \subseteq BPP$

Was impliziert die letzte Aussage? Was schließen Sie daraus?