Hans U. Simon
Leonie Ryvkin

Bochum, den 19.10.17
Abgabe am 26.10.17

Übungen zur Vorlesung

Komplexitätstheorie
WS 17/18

Übungsblatt 2

Aufgabe 2.1

Das Problem PARTITION ist gegeben durch:

Eingabe: Zahlen $a_1, a_2, ..., a_n \in \mathbb{N}$.
Frage: Existiert eine Menge $J \subseteq \{1, ..., n\}$ mit: $\sum_{i \in J} a_i = \sum_{i \notin J} a_i$?

Zeigen Sie mit elementaren Mitteln (d.h. ohne Reduktion auf ein anderes Problem) die Selbstreduzierbarkeit von PARTITION.

Aufgabe 2.2

Verwenden Sie die polynomielle Reduktion von 3–SAT auf CLIQUE aus der Vorlesung, um die Erfüllbarkeit der folgenden CNF–Formel F zu testen:

$$F = (x_1 \vee \overline{x_2} \vee x_1) \wedge (\overline{x_2} \vee \overline{x_1} \vee \overline{x_1}) \wedge (x_1 \vee x_1 \vee x_1)$$

Geben Sie hierfür die zugehörige Eingabeinstanz von CLIQUE an. Falls F erfüllbar ist, geben Sie eine entsprechende Clique an, sowie die dazugehörige erfüllende Belegung der CNF–Formel. Falls F nicht erfüllbar ist, begründen sie anhand der Eingabeinstanz für CLIQUE, dass keine erfüllende Belegung existieren kann.

Aufgabe 2.3

Das Problem MINTWO–SAT ist folgendermaßen definiert:

Eingabe: Eine aussagenlogische Formel F über den Literalen $x_1, ..., x_n$
Frage: Existieren mindestens zwei (verschiedene) erfüllende Belegungen für F?

Zeigen Sie (ohne Verwendung des Theorems von Cook): MINTWO–SAT $\leq_{pol}$ SAT.

Aufgabe 2.4

2–SAT ist analog definiert zu 3–SAT mit dem Unterschied, dass in jeder Klausel nur zwei statt drei Literale vorkommen.
Das Problem 2–Colorability ist folgendermaßen definiert:

Eingabe: Eine ungerichteter Graph $G = (V, E)$.
Frage: Existiert eine Abbildung $c : V \rightarrow \{0, 1\}$, sodass $\forall$ $\{e_1, e_2\} \in E$: $c(e_1) \neq c(e_2)$.

Zeigen Sie: 2–Colorability $\leq_{pol}$ 2–SAT.