Hans U. Simon
Daniel Pasler

Bochum, den 16.06.2015
Abgabe bis zum 24.06.15 in der Übung

Übungen zur Vorlesung

# Komplexitätstheorie

Sommer 2015

Übungsblatt 9

**Aufgabe 9.1**

Es sei $T_2$ monoton steigend sowie zeitkonstruierbar und $f : \mathbb{N} \to \mathbb{N}$ sei folgende induktiv definierte Funktion:

$$f(1) = 2, \quad f(i+1) = 2^{T_2(f(i))}.$$

Zeigen Sie, dass sich zu gegebenem $n \in \mathbb{N}$ der kleinste Index $i$ für den gilt

$$f(i) < n \leq f(i+1)$$

in $O(T_2(n))$–Zeit von einer DTM berechnen lässt.

**Aufgabe 9.2**

Zeigen Sie, dass 2–SAT $\mathcal{NL}$–hart ist. (Eventuell hilfreich ist: $\mathcal{NL} = co - \mathcal{NL}$.)

**Aufgabe 9.3**

Definiere die Klasse $NL^*$ folgendermaßen: Eine Sprache $L$ ist in $NL^*$ wenn folgendes gilt: Es existiert ein Polynom $p(n)$ und eine $O(\log n)$–platzbeschränkte DTM $M$, sodass das folgende gilt

- Neben dem Read–Only Eingabeband für $x$ und dem Arbeitsband ist $M$ noch mit einem weiteren Read–Only Band für ein Zertifikat $y$ ausgestattet.
- $\forall x \in \Sigma^* : x \in L \Leftrightarrow \exists y \in \{0,1\}^{p(|x|)} : M(x,y) = 1$

Zeigen Sie dass $NL^* = NP$ ist. gehen Sie dazu wie folgt vor:

a) Zeigen Sie $NL^* \subseteq NP$

b) Zeigen Sie $3 - SAT \in NL^*$

c) Begründen Sie, warum aus a) und b) die zu zeigende Aussage folgt.

**Aufgabe 9.4**

Prüfen Sie die folgenden quantifizierten Formeln mithilfe des Verfahrens aus dem Satz »TQBF $\in$ PSpace« auf Erfüllbarkeit:

a) $(\exists x_1)(\forall x_2)(\forall x_3)\ (\overline{x_2} \wedge (x_1 \vee x_3) \vee (\overline{x_2} \vee \overline{x_1}))$

b) $(\forall x_1)(\exists x_2)(\forall x_3)\ (\overline{x_1} \vee ((x_3 \vee x_2) \wedge x_1))$