Hans U. Simon
Daniel Pasler

Bochum, den 05.05.2015
Abgabe bis zum 13.05.15 in der Übung

Übungen zur Vorlesung

Komplexitätstheorie

Sommer 2015

Übungsblatt 4

Aufgabe 4.1

Betrachten Sie die polynomielle Reduktion von 3–SAT auf 3–COLORABILITY und beweisen Sie folgende Aussagen über die Klauselkomponente (Skript S. 36) und das Crossover–Gadget (S. 4 Handzettel):

a) Wenn A,B,C die Farbe 0 haben, so muss auch Z mit 0 gefärbt sein.

b) Wenn einer der Knoten A,B,C die Farbe 1 hat, so kann auch Z mit 1 gefärbt werden.

c) Es existiert eine zulässige 3–Färbung f für alle Wahlen $i, j \in \{0, 1, 2\}$, sodass $f(x) = f(x') = i$ und $f(y) = f(y') = j$.

d) Es gilt $f(x) = f(x')$ und $f(y) = f(y')$ für *alle* zulässigen 3–Färbungen.

Aufgabe 4.2

Verwenden Sie die polynomielle Reduktion von 3–SAT auf 3–COLORABILITY, indem sie zu der angegebenen 3–SAT–Formel F die zugehörige Eingabeinstanz für 3–COLORABILITY bestimmen. Entscheiden Sie anhand der Instanz, ob die Formel erfüllbar ist. Wenn ja, geben Sie eine entsprechende 3–Färbung und eine korrespondierende Belegung an:

$F = (x_1 \vee \overline{x_2} \vee \overline{x_2}) \wedge (x_2 \vee \overline{x_1} \vee \overline{x_1})$

Aufgabe 4.3

Untersuchen Sie die Grenze zwischen P und NPC am Beispiel k–SAT (Erfüllbarkeitsproblem für CNF–Formeln mit k Literalen). Bestimmen Sie die Zugehörigkeit dieses Problems zu P bzw. NPC für alle $k \geq 1$ und weisen Sie diese nach. Bei welchem k liegt die Grenze zwischen P und NPC ?
Hinweis: Wissen aus der Vorlesung darf vorausgesetzt werden.

Aufgabe 4.4

Gegeben sei folgende Variante von PARTITION:

Eingabe: Zahlen $a_1, ..., a_{2n} \in \mathbb{N}$ mit $\sum_{i=1}^{2n} a_i = S$.
Frage: Existiert eine Menge $I \subseteq [2n]$ der Größe $|I| = n$ mit $\sum_{i \in I} a_i = S/2$

Zeigen Sie, dass dieses Problem pseudopolynomiell lösbar ist.