Hans U. Simon
Daniel Pasler

Bochum, den 21.04.2015
Abgabe bis zum 29.04.15 in der Übung

Übungen zur Vorlesung

Komplexitätstheorie

Sommer 2015

Übungsblatt 2

Aufgabe 2.1

Beweisen Sie das Kompressionstheorem:
Für jede TM M mit Platzbedarf $S(n)$ existiert eine äquivalente TM M', die nur $\varepsilon \cdot S(n)$ ihrer Zellen besucht, wobei $\varepsilon > 0$ eine beliebige Konstante ist.

Falls $\varepsilon S(n) < n$ stellt man sich die Eingabe auf einem Read–Only Band vor, dessen Zellen nicht zum Platzbedarf hinzugezählt werden.

Hinweis: Auf eine formelle Angabe aller Komponenten kann verzichtet werden. Es genügt eine Beschreibung, aus der die Konstruktion ersichtlich ist.

Aufgabe 2.2

Verwenden Sie die polynomielle Reduktion von 3–SAT auf CLIQUE aus der Vorlesung, um die Erfüllbarkeit der folgenden CNF–Formel F zu testen.

$$F = (x_1 \vee \overline{x_2} \vee x_1) \wedge (\overline{x_2} \vee \overline{x_1} \vee \overline{x_1}) \wedge (x_1 \vee x_1 \vee x_1)$$

Geben Sie hierfür die zugehörige Eingabeinstanz von CLIQUE an. Falls F erfüllbar ist, geben Sie eine entsprechende Clique an und die dazugehörige erfüllende Belegung. Falls F nicht erfüllbar ist, begründen sie an der Eingabeinstanz für CLIQUE, warum keine erfüllende Belegung existiert.

Aufgabe 2.3

Das Problem MINTWO–SAT ist folgendermaßen definiert:

Eingabe: Eine aussagenlogische Formel F über den Literalen $x_1, ..., x_n$
Frage: Existieren mindestens zwei (verschiedene) erfüllende Belegungen für F?

Zeigen Sie ohne Verwendung des Theorems von Cook: MINTWO–SAT $\leq_{pol}$ SAT.

Aufgabe 2.4

2–SAT ist analog definiert zu 3–SAT mit dem Unterschied, dass in jeder Klausel nur zwei statt drei Literale vorkommen. Das Problem 2–Colorability ist folgendermaßen definiert:

Eingabe: Eine ungerichteter Graph $G = (V, E)$.
Frage: Existiert eine Abbildung $c : V \to \{0, 1\}$, sodass für alle $\{e_1, e_2\} \in E$ gilt: $c(e_1) \neq c(e_2)$.

Zeigen Sie: 2–Colorability $\leq_{pol}$ 2–SAT.