

Übungen zur Vorlesung
Komplexitätstheorie
Sommer 2015
Übungsblatt 10

Aufgabe 10.1

In der Vorlesung wurde die folgende Abschlusseigenschaft besprochen:

$$L \in \mathcal{C} \implies L_\varepsilon \in \mathcal{C}$$

- a) Zeigen Sie, dass für $k \geq 0$ die Klassen Σ_k, Π_k diese Abschlusseigenschaft besitzen.
- b) Geben Sie eine Klasse \mathcal{C} an, für die die Eigenschaft nicht gilt.

Aufgabe 10.2

Sei c eine Kodierung von booleschen Formeln und

$$L := \{c(F) \mid F \text{ ist boolesche Formel und es gibt keine bzgl. } c \text{ kürzere, zu } F \text{ äquivalente Formel}\}$$

Auf welchem Level der polynomiellen Hierarchie liegt die Sprache L ?

Aufgabe 10.3

Gegeben sei folgendes Entscheidungsproblem P :

Eingabe: Eine CNF-Formel F

Frage: Existiert genau eine erfüllende Belegung für F ?

Zeigen Sie: Die zu P gehörende Sprache L_P (der Formeln, die obige Frage bejahen) ist ein Element von Δ_2 .

Aufgabe 10.4

Zeigen Sie ohne Verwendung des Satzes von Wrathall folgendes Hilfsresultat aus dessen Beweis:

Für jede Sprache $L \in \Sigma'_k$ ist auch die Sprache

$$L' := \{\langle u_1, \dots, u_r \rangle \mid r \geq 1 \wedge u_1, \dots, u_r \in L\}$$

ein Element von Σ'_k .