

Übungen zur Vorlesung  
**Effiziente Algorithmen**  
SS 09  
Blatt 3

**Aufgabe 3.1**

Wende die FIFO-Implementierung des generischen Kürzeste-Pfade Algorithmus auf den folgenden Graphen an. Gib dazu für jede Iteration der while-Schleife an, wie sich LIST,  $d(j)$  und  $F(j)$  ändern.

Bei Ausführung des Algorithmus wende folgende Zusatzregel an: Durchlaufe die Adjazenzliste eines Knotens in aufsteigender Reihenfolge der Knotenindizes!

$A_s : (1, 5), (2, 10)$        $A_4 : (5, 5), (6, -5)$   
 $A_1 : (2, 10), (5, 15)$      $A_5 : (6, 10)$   
 $A_2 : (3, 10)$              $A_6 : (2, -12)$   
 $A_3 : (1, -10), (4, 10)$

Bei den Adjazenzlisten steht der erste Eintrag für den adjazenten Knoten und der zweite Eintrag für die Kosten der entsprechenden Kante.

**Aufgabe 3.2**

Wende den Algorithmus zur Ermittlung der kürzesten Entfernungen in einem DAG auf dieses Beispiel an.

$A_s : (1, 5), (2, 8), (7, 12)$        $A_4 :$   
 $A_1 : (3, 4)$                              $A_5 :$   
 $A_2 : (6, 4), (4, 4)$                  $A_6 :$   
 $A_3 : (4, 6), (5, 2)$                  $A_7 : (3, -4)$

Bei den Adjazenzlisten steht jeweils der erste Eintrag für den Knoten und der zweite Eintrag für die Kantenkosten.  $s$  ist wie üblich der Startknoten.

**Aufgabe 3.3**

Zeige, dass der Wert eines Flusses  $x$  in einem Transportnetzwerk übereinstimmt mit dem in  $t$  eintreffenden Fluss abzüglich des von  $t$  ausgehenden Flusses, d.h.

$$(x) = \sum_{i:(i,t) \in E} x_{i,t} - \sum_{k:(t,k) \in E} x_{t,k}.$$

### Aufgabe 3.4

Verifiziere die folgenden Invarianzeigenschaften des KFVP-Algorithmus (Skript S. 56/57):

- a)  $x$  ist stets ein zulässiger Fluss durch  $G$ .
- b)  $d$  ist stets eine zulässige Distanzmarkierung in  $G(x)$ .
- c) Falls  $i \neq s$ , dann durchlaufen die Backpointer von  $i$  ausgehend (in umgekehrter Orientierung) einen zulässigen Pfad von  $s$  nach  $i$ . Dieser hat die Länge  $d(s) - d(i) \leq \tau - 1$ .