Daniela Kacso
Christian Brandl

Bochum, den 02. 06. 2008

Übungen zur Vorlesung

Effiziente Algorithmen
SS 08

Blatt 7

Aufgabe 7.1

Ein Fluss heisse geradzahlig (bzw. ungeradzahlig), wenn für jede Kante (i, j) der Wert von x_{ij} eine gerade (bzw. ungerade) Zahl ist. Beweise oder widerlege die Behauptungen für das Standard-Flussproblem:

a) Sind alle Kantenkapazitäten geradzahlig, dann existiert ein geradzahliger maximaler Fluss.

b) Sind alle Kantenkapazitäten ungeradzahlig, dann existiert ein ungeradzahliger maximaler Fluss.

Aufgabe 7.2

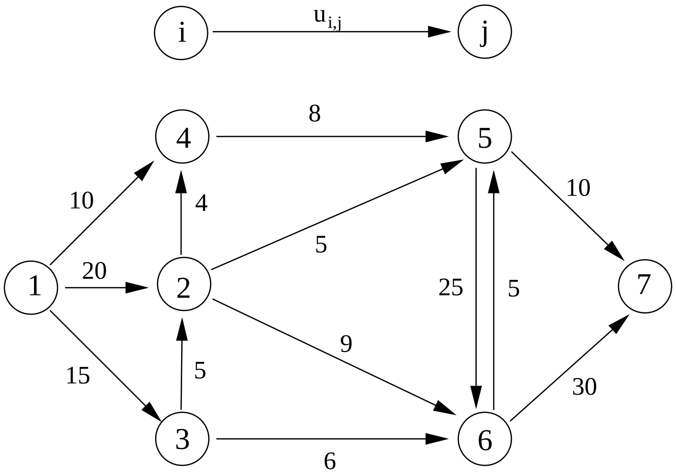
Weise die folgenden Vererbungseigenschaften nach (Skript S. 60/61):

a) Wenn G ein Digraph mit Einheitskapazitäten und ohne bidirektionalen Kanten ist, dann trifft dies auch auf $G(x)$ zu.

b) Wenn G einfacher Digraph ohne bidirektionalen Kanten ist, so gilt dies auch für $G(x)$.

Aufgabe 7.3

Führe den generischen Preflow-Push Algorithmus für das folgende Netzwerk aus. Wende dabei folgende Regeln an: (1) Wähle immer den aktiven Knoten mit kleinstem Index. (2) Durchlaufe die Adjazenzliste eines Knotens in aufsteigender Folge der Knotenindizes.



Aufgabe 7.4

Beweise die Invarianzeigenschaften des generischen Preflow-Push Algorithmus (s. Skript S. 70):

a) x ist stets ein Präfluss in G.

b) d ist stets eine zulässige Distanzmarkierung für $G(x)$.

c) d wird nach der Initialisierung nur über Relabel-Operationen modifiziert. Jede auf einen aktiven Knoten i angewandte Relabel-Operation aktualisiert $d(i)$ auf einen echt vergrößerten Wert.

d) Nach der Initialisierung gilt $d(s) = n$ und $d(i) \leq n - 1$ für alle $i \neq s$.

e) Startknoten s ist niemals aktiv. Distanzmarkierung n für s kann im Laufe des generischen Algorithmus nicht mehr verändert werden.