Aufgabe 10.1 (4 Punkte)

Beweise die folgende Aussage zum Problem FFP[VKR,ZEG] : Ein Fluss x durch (G, l, u), welcher das zirkuläre Erhaltungsgesetz (ZEG) einhält, erfüllt für jeden Schnitt (S, T) die Bedingung

$$\sum_{(i,j)\in E\cap(S\times T)} x_{i,j} = \sum_{(i,j)\in E\cap(S\times T)} x_{j,i}.$$

Aufgabe 10.2 (4 Punkte)

Bestimme die Knoten- und die Kantenzusammmenhangszahlen folgender ungerichteter(!) Graphen:

a) G_n sei der Ring bestehend aus n Knoten, d.h., jeder Knoten hat genau 2 Nachbarn für $n \geq 3$.
b) $G_{p,q}$ sei das zweidimensionale Rechteckgitter mit Seitenlängen p und q (in Knoten).
c) $G_{n,m}$ sei der bipartite Graph mit Knotenmenge $V = U \cup W$, wobei $U \cap V = \emptyset, |U| = n, |W| = m$, und Kantenmenge $E = (V \times U)$.

Aufgabe 10.3 (4 Punkte)

Vervollständige den Beweis zum Menger'schen Satz über den Knotenzusammenhang (Satz 3.8.6, Skript S.103):

a) Zeige, dass jede maximale trennende Kantenmenge $T \subseteq E'$ in G' überführt werden kann in eine Menge $\bar{T}$, die nur Kanten der Form (i', i'') mit $i \in V \setminus \{s, t\}$ enthält und für die $|\bar{T}| \leq |T|$ gilt.
b) Gegeben sei eine Menge $D \subseteq \{(i', i'') \mid i \in V \setminus \{s, t\} \}$, so dass durch Entfernen der Kanten $d \in D$ in G' kein Pfad mehr von s nach t existiert.
Zeige, dass dann im Graphen G nach Entfernen der Knoten $\{i \mid (i', i'') \in D \}$ ebenso kein Pfad mehr von s nach t existiert.
c) Eine Kollektion kantendisjunkter Pfade $P'_1, \ldots, P'_k$ in G' entspricht einer Kollektion knotendisjunkter Pfade $P_1, \ldots, P_k$ in G.

Aufgabe 10.4 (4 Punkte)

Gebe im Graph G aus Abbildung 3.20 (Skript S.108) eine größte unabhängige Knotenmenge an. Begründe Deine Wahl!