Aufgabe 8.1 (4 Punkte)

Beweise die Invarianzeigenschaften des generischen Preflow-Push Algorithmus (s. Skript S. 77):

a) x ist stets ein Präfluss in G.
b) d ist stets eine zulässige Distanzmarkierung für $G(x)$.
c) d wird nach der Initialisierung nur über Relabel-Operationen modifiziert. Jede auf einen aktiven Knoten i angewandte Relabel-Operation aktualisiert $d(i)$ auf einen echt vergrößerten Wert.
d) Nach der Initialisierung gilt $d(s) = n$ und $d(i) \leq n - 1$ für alle $i \neq s$.
e) Startknoten s ist niemals aktiv. Distanzmarkierung n für s kann im Laufe des generischen Algorithmus nicht mehr verändert werden.

Aufgabe 8.2 (4 Punkte)

Betrachte das Beispiel 3.6.10 auf Seite 83 im Skript.

Vervollständige den darin vorgestellten Probelauf der FIFO-Implementierung des generischen Preflow-Push Algorithmus.

Aufgabe 8.3 (4 Punkte)

Finde einen Graphen, in dem konservative Flussalgorithmen, die auf flussvergrößernden Pfaden basieren, in weniger Schritten zu einem maximalen Fluss führen als ein Preflow-Push-Algorithmus.