

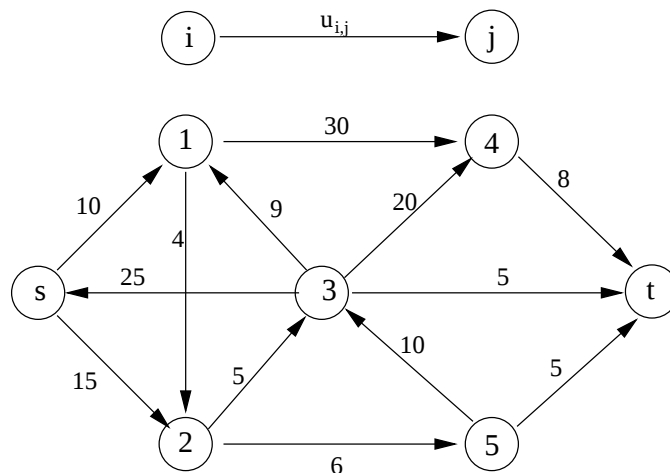
Aufgabe 7.1 (4 Punkte)

Beweise die folgenden Eigenschaften von Transportnetzwerken mit Einheitskapazitäten (Skript S. 69):

- Wenn G keine bidirektionalen Kanten besitzt, dann besitzt auch $G(x)$ keine bidirektionalen Kanten.
- Wenn G Einheitskapazitäten besitzt, so besitzt auch $G(x)$ Einheitskapazitäten.
- Wenn G einfach ist, so ist auch $G(x)$ einfach.

Aufgabe 7.2 (4 Punkte)

Führe den generischen Preflow-Push Algorithmus für das Netzwerk aus Aufgabe 6.1 (s.u.) aus. Wende dabei folgende Regeln an: (1) Wähle immer den aktiven Knoten mit kleinstem Index. (2) Durchlaufe die Adjazenzliste eines Knotens in aufsteigender Folge der Knotenindizes.



Aufgabe 7.3 (4 Punkte)

Beweise die Invarianzeigenschaften des generischen Preflow-Push Algorithmus (s. Skript S. 77):

- x ist stets ein Präfluss in G .
- d ist stets eine zulässige Distanzmarkierung für $G(x)$.
- d wird nach der Initialisierung nur über Relabel-Operationen modifiziert. Jede auf einen aktiven Knoten i angewandte Relabel-Operation aktualisiert $d(i)$ auf einen echt vergrößerten Wert.
- Nach der Initialisierung gilt $d(s) = n$ und $d(i) \leq n - 1$ für alle $i \neq s$.
- Startknoten s ist niemals aktiv. Distanzmarkierung n für s kann im Laufe des generischen Algorithmus nicht mehr verändert werden.

Aufgabe 7.4 (4 Punkte)

Eine Kante in einem Transportnetzwerk heiße *lebenswichtig*, falls das Löschen dieser Kante die grte Abnahme des maximalen Flusswertes zur Folge hat. (O.B.d.A. sei der maximale Fluss nicht der Nullfluss.) Beweise folgende Behauptungen oder finde Gegenbeispiele:

- a) Jede Kante (i, j) mit maximalem Wert u_{ij} ist lebenswichtig.
 - b) Sei x ein maximaler Fluss. Jede Kante (i, j) mit maximalem Wert $x_{i,j}$ ist lebenswichtig.
 - c) Sei x ein maximaler Fluss. Jede Kante (i, j) , die zu einem minimalen Schnitt gehört und deren Wert $x_{i,j}$ maximal ist, ist lebenswichtig.
 - d) Eine Kante, die nicht zu einem minimalen Schnitt gehört, kann nicht lebenswichtig sein.
-