Aufgabe 4.1 (4 Punkte)

Erweitere den Algorithmus von Floyd so, dass er bei Graphen mit negativen Kreisen die Existenz eines solchen Kreises anzeigt. Begründe, warum deine Änderung korrekt ist.

Aufgabe 4.2 (4 Punkte)

Zeige, dass der Wert eines Flusses x in einem Transportnetzwerk übereinstimmt mit dem in t eintreffenden Fluss abzüglich des von t ausgehenden Flusses, d.h.

$$\mathrm{val}(x) = \sum_{i:(i,t)\in E} x_{i,t} - \sum_{k:(t,k)\in E} x_{t,k}.$$

Aufgabe 4.3 (4 Punkte)

Fünf Familien gehen gemeinsam zum Essen aus. Da sie sich gegenseitig schon lange nicht mehr gesehen haben, beschließt man, die Sitzordnung so zu wählen, dass keine zwei Mitglieder derselben Familie am selben Tisch sitzen. Es sind sieben Tische vorhanden. Die Anzahl der Mitglieder pro Familie und die Anzahl der Plätze pro Tisch seien wie folgt gegeben:

Familie	1	2	3	4	5
Personen	3	6	4	7	5

Tisch	1	2	3	4	5	6	7
Plätze	5	4	8	7	2	4	2

Formuliere dieses Problem als Flussproblem.

Aufgabe 4.4 (4 Punkte)

Ein Fluß heiße *gerade*, falls für jede Kante $(i, j) \in E$ der Wert von x_{ij} eine gerade Zahl ist. Entsprechend heiße ein Fluß *ungerade*, falls für jede Kante $(i, j) \in E$ der Wert von x_{ij} eine ungerade Zahl ist. Beweise oder widerlege die folgenden Behauptungen:

a) Sind alle Kantenkapazitäten gerade, dann existiert im Netzwerk ein gerader maximaler Fluß.
b) Sind alle Kantenkapazitäten ungerade, dann existiert im Netzwerk ein ungerader maximaler Fluß.