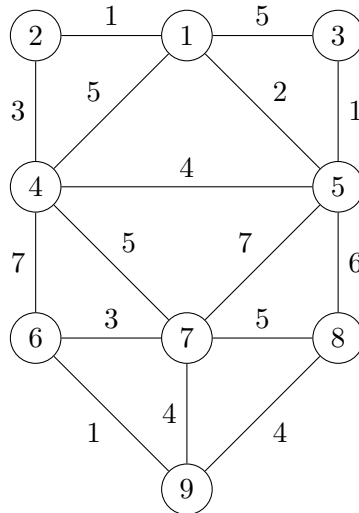


**Beachte:** Im Folgenden gilt die Konvention, dass jeder Algorithmus stets den Knoten bzw. die Kante mit der kleinsten beteiligten Knotennummer wählt, falls die Auswahl nicht eindeutig bestimmt ist.

**Aufgabe 9.1** (4 Punkte)

Es sei der folgende Graph  $G$  gegeben (s. Übungsblatt 8):



Bestimme mithilfe des Algorithmus von Prim einen minimalen Spannbaum für  $G$ . Gib in jeder Iteration die ausgewählte Kante an, sowie die Menge  $S$ . Gib am Ende auch den minimalen Spannbaum an.

**Aufgabe 9.2** (4 Punkte)

Gib eine alternative Implementierung des Algorithmus von Prim an, bei denen der Eingabegraph nicht durch eine Adjazenzliste gegeben ist, sondern durch eine Matrix. Dein Algorithmus soll die Laufzeit  $O(n^2)$  haben. Weise die Laufzeitschranke nach.

**Aufgabe 9.3** (4 Punkte)

Gegeben seien die Punkte

$$p_1 = (0, 1), p_2 = (0, 3), p_3 = (0, 7), p_4 = (1, 1), p_5 = (2, 7), p_6 = (4, 2) .$$

Ziel ist es, diese Punkte in drei Cluster bzgl. der euklidischen Distanz zu zerlegen. Nutze dazu das Verfahren aus der Vorlesung. Gib die Distanzmatrix, den vom Algorithmus konstruierten Spannwald, die Reihenfolge der Kanten, wie sie in den Spannwald aufgenommen werden, und die gefundene Zerlegung an.

**Aufgabe 9.4** (4 Punkte)

Zeige, dass es ein  $k \in \mathbb{N}$  gibt, sodass die Anzahl der verschiedenen optimalen  $k$ -Clusterings bzgl. der euklidischen Distanz nicht polynomiell in der Größe einer gegebenen Punktemenge im  $\mathbb{R}^2$  begrenzt sein muss.