Datenstrukturen SS 2019
Hans Simon
Daniel Pasler
Christoph Ries
Leonie Ryvkin

7. Mai 2019
Übungsblatt 5
Abgabe bis 14. Mai 2019, 12:00 Uhr auf IB 01

Aufgabe 5.1 (4 Punkte)
Nutze den Algorithmus MergeSort aus der Vorlesung, um die Anzahl der Inversionen der nachfolgenden Liste zu bestimmen. Stelle die Divide– und Merge–Schritte dabei übersichtlich graphisch dar (siehe z.B. Abschnitt 6.2 im Güting). Gib zudem nach jedem Merge–Schritt den aktuellen Stand des Inversionszählers an.

$$47, 3, 10, 11, 35, 2, 42, 48, 32, 17, 21, 26, 4, 38, 12, 9$$

An wievielen Vergleichen nimmt die Zahl 48 insgesamt teil und wieviele Inversionen gibt es?

Aufgabe 5.2 (4 Punkte)
Es seien Zahlen $a_1 < \ldots < a_n$ gegeben, wobei $n = 2^k$ für ein $k \in \mathbb{N}$. Gib eine mögliche Reihenfolge dieser Zahlen als Eingabe für MergeSort an, sodass die Anzahl der durchgeführten Vergleiche während der Ausführung maximiert wird. Begründe deine Behauptung.

Aufgabe 5.3 (4 Punkte)
Zeichne den AVL–Baum, der bei Einfügung der folgenden Werte in einen anfangs leeren Baum entsteht:

$$48, 21, 67, 37, 103, 15, 26, 32, 147, 29, 3, 30, 17.$$

Lösche nun nacheinander die Elemente 37 und 147 aus dem Baum. Gib den entstehenden Baum nach jeder Löschung an.

Aufgabe 5.4 (4 Punkte)
Sei T ein binärer Suchbaum, bei dem jeder innere Knoten genau zwei Kinder besitzt. Das Verhältnis von den Blättern des linken Teilbaums zu den Blättern im gesamten Baum gibt an, wie balanciert dieser ist. Wir setzen daher $W(B)$ als die Anzahl der Blätter des Baumes B. Sei v nun ein innerer Knoten aus T. Die Balance von T_v, dem von v in T induzierten Teilbaum, ist definiert als

$$\rho(T_v) := \frac{W(T_{LS(v)})}{W(T_v)} \ ,$$

wobei $LS(v)$ das linke Kind von v bezeichnet.
Nimm an, dass die Balance für jeden inneren Knoten von T mindestens 0.25 und höchstens 0.75 ist. Kann man beim Einfügen eines weiteren Elementes in diesen binären Suchbaum durch die von den AVL-Bäumen bekannten Operationen (Rotation/ Doppelrotation) dieses Balancekriterium erhalten? Begründe!