

Aufgabe 4.1 (4 Punkte)

Sei $A = \langle a_1, a_2, \dots, a_n \rangle$ ein Array der Länge n . Ein *Fehlstand* ist ein Paar $(i, j) \in \{1, \dots, n\}^2$, sodass $i < j$ und $a_i > a_j$.

- Bestimme die Fehlstände im Array $A = \langle 1, 6, 1, 8, 0 \rangle$.
- Welches Array der Länge n hat die größte Anzahl von Fehlständen? Wie viele Fehlstände hat es?
- Beschreibe einen Algorithmus, der in $O(n \log n)$ Zeit die Anzahl von Fehlständen berechnet. *Hinweis*: Betrachte eine Variante von **mergeSort**.

Aufgabe 4.2 (4 Punkte)

Im Folgenden betrachten wir die Variante von Quicksort, bei der als Pivotelement stets der erste Eintrag der jeweils betrachteten Teilfolge verwendet wird. Gib eine Folge s an, deren Einträge eine Permutation der Menge $\{1, \dots, 6\}$ darstellen und für die Quicksort die maximal mögliche Anzahl an Vergleichen ausführt. Gib diese Anzahl an und stelle auch hier den Sortiervorgang von s durch Quicksort in Form eines Baums dar.

Aufgabe 4.3 (4 Punkte)

Wir möchten gern eine untere Schranke von $\Omega(n)$ beweisen für das Berechnen des Minimum in einem Array der Länge n .

- Zeichne einen Vergleichsbaum mit Tiefe 2 für das Finden des Minimum in einem Array $\langle a_1, a_2, a_3 \rangle$ der Länge 3.
- Zeige, dass jeder vergleichsbasierte Algorithmus im schlechtesten Fall $n - 1$ Vergleiche benötigt, um den kleinsten von n Einträgen zu bestimmen.

Aufgabe 4.4 (4 Punkte)

Finde mit dem deterministischen Linearzeitauswahlverfahren **dselect** aus der Vorlesung das 16.-kleinste unter den unten gegebenen Elementen. Bei weniger als zehn Elementen soll eine vollständige Sortierung durchgeführt werden. Die erste Aufteilung in fünfelementige Folgen ist bereits durchgeführt:

| | | | | | |
|----|----|----|----|----|----|
| 72 | 78 | 23 | 7 | 35 | 42 |
| 79 | 73 | 9 | 66 | 99 | 13 |
| 5 | 87 | 99 | 64 | 48 | 38 |
| 78 | 81 | 11 | 28 | 98 | 11 |
| 26 | 14 | 90 | 13 | 77 | 69 |

Gib für jeden **dselect**-Aufruf die Parameter und bei

- mindestens zehn Elementen die sortierten fünfelementigen Folgen, sowie die Listen a , b und c
- weniger als zehn Elementen die sortierte Liste

an. Wie lautet das Ergebnis der Suche?