Datenstrukturen SS 2017 — 21. April 2017
Maike Buchin — Übungsblatt 1
Stef Sijben — Abgabe bis 2. Mai 2017, 10:00 Uhr

Aufgabe 1.1 (4 Punkte)
Beweise oder widerlege die folgenden Aussagen:

a) $n^{1/10} = \Omega(\log^{10}(n))$.

b) $2^{2n} = O(2^n)$.

c) $f(n) = O\left((f(n))^2\right)$.

d) $f(n) \in \Theta(g(n))$ und $g(n) \in \Theta(h(n)) \Rightarrow f(n) \in \Theta(h(n))$.

Aufgabe 1.2 (4 Punkte)
Betrachte foldenden Pseudocode, der den größten gemeinsamen Teiler (ggT) von zwei Eingabezahlen A und B berechnet.

ggT(A: $\mathbb{N}$, B: $\mathbb{N}$): $\mathbb{N}$
$a = A$: $\mathbb{N}$; $b = B$: $\mathbb{N}$; $t = 0$: $\mathbb{N}$
while $b > 0$
    do $t := b$
        $b := a \mod b$
        $a := t$
return a

Zeige, dass der Algorithmus korrekt ist mit Hilfe der Schleifeninvariante

$$\mathrm{ggT}(a, b) = \mathrm{ggT}(A, B)\ .$$

Übersetze zunächst den Pseudocode in RAM-code.

Aufgabe 1.3 (4 Punkte)
In der Vorlesung wurde gezeigt, dass binäre Suche Laufzeit $O(\log n)$ hat. Zeige, dass diese Schranke scharf ist, d.h. dass es für jedes n Eingaben der Größe n gibt, bei denen $\Omega(\log n)$ Vergleiche benötigt werden.

Aufgabe 1.4 (4 Punkte)
Löse folgende Rekurrenzen mit Hilfe des Master-Theorems:

a) $T(n) = 7T(n/4) + n \log n$

b) $T(n) = T(n/2) + n$

c) $T(n) = 27T(n/3) + n^3$

d) $T(n) = 4T(n/4) + n$